

**Turóczy Antal**  
**PhD hallgató**  
**ZMNE BJKMK**  
**anti@alarmix.net**

## **NÉGYROTOROS PILÓTANÉLKÜLI HELIKOPTER FEDÉLZETI AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYZÓ RENDSZERÉNEK TERVEZÉSE**

### *Absztrakt*

*Kutatási témámul egy négyrotoros helikopter fedélzeti repülésszabályzó rendszerének megtervezését és megépítését választottam. Ehhez elengedhetetlen a helikopter, mint irányítandó szakasz fizikai modelljének meghatározása. A modellalkotás folyamatát az általam követett gondolatmenet alapján mutatom be.*

*As a PhD. student of the Zrínyi Miklós National Defense University I have envisaged a development of an onboard flight control system of a quad rotor helicopter design. To achieve this goal it is unavoidable to create the physical model of the helicopter. This process is presented in this article.*

**Kulcsszavak:** *négyrotoros helikopter, fizikai modell, repülésszabályzó rendszer*

## **BEVEZETÉS**

A pilótanélküli légi járművek a mai modern hadseregekben egyre hangsúlyosabb szerepet kapnak. Ennek egyik oka, hogy ezen eszközök gyártási, üzemeltetési és karbantartási költsége jóval alacsonyabb, mint a hasonló feladatokra szánt pilóta által vezetett repülőgépeké. Emellett az irányító személyzet kiképzése is sokkal kisebb anyagi ráfordítást igényel. A technika fejlődésével ugyanis egyre több az automatizált funkció, ezért az UAV-t irányító személyzetének nem kell folyton a jármű irányításával foglalkoznia, figyelmét teljes egészében a küldetés valódi céljára összpontosíthatja. Az ez irányú fejlesztések másik mozgatórugója az emberi élet védelme. Az emberáldozattal ellentétben egy pilóta nélküli eszköz elvesztése csak anyagi kárként jelentkezik. Ez a közvélemény számára is sokkal elfogadhatóbb. Másrészt a jármű képességeit – mivel nincsen ember a fedélzeten – csak a gép fizikai konstrukciójából adódó tulajdonságok miatt kell szándékosan korlátozni (mechanikai szilárdság, instabil működést eredményező manőverek, stb.). Ebből következik, hogy az UAV-k olyan környezeti feltételek mellett is képesek ellátni feladatukat, amelyekben az ember közvetlen életveszélynek lenne kitéve.

A lebegés, a helyből fel- és leszállás képessége (VTOL<sup>1</sup>) – a pilótás gépekhez hasonlóan – lehetővé teszi UAV-k alkalmazását speciális felhasználási területeken. Ezeknek az

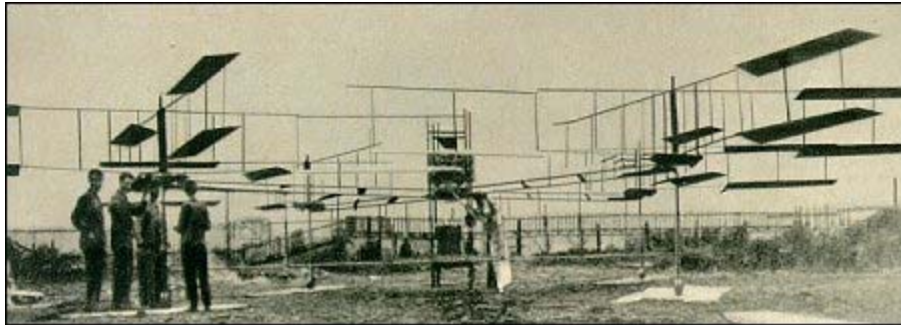
---

<sup>1</sup> VTOL: Vertical Take-Off and Landing

eszközöknek nincsen szüksége kifutópályára, ezért a terepviszonyoktól függetlenül szinte bárhol bevetethők. Egy kisebb szabad terület, vagy egy szállítójármű platója is elegendő az indításhoz és landoláshoz. Bár a felhasználási területek száma a kutatások és fejlesztések előrehaladtával egyre nő, itt megemlítenék néhány fontosabb létező és lehetséges gyakorlati alkalmazást:

- Légi megfigyelés, optikai felderítés,
- Kommunikációs felderítés (spektrumanalízis), megtévesztés,
- Átjátszó (relé) vagy zavaró állomás,
- Vegyi anyagok, erdőtüzek, radioaktív szennyeződések felkutatása, mérése, stb.[1] [2].

## 1. NÉGYROTOROS HELIKOPTER

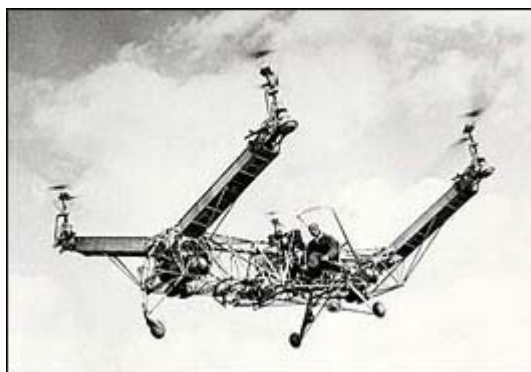


**1. ábra.** Bréguet-Richet négyrotoros helikopter, *Gyroplane No. 1*, 1907

*„A jármű ötlete, amely képes függőlegesen felemelkedni a földről és mozdulatlanul lebegni a levegőben, valószínűleg akkor született, amikor az ember először álmodott a repülésről.”*

*Igor Ivanovitch Sikorsky*

A négyrotoros elrendezésű helikopter gondolata nem új keletű. A Bréguet testvérek 1907-ben megépítették *Gyroplane No. 1* névre keresztelt robbanómotoros hajtású helikopterüket (1. ábra), amely az akkori híradások szerint képes volt 1,5 méter magasban lebegni. A géppel azonban csak függőleges irányban lehetett manőverezni, ugyanis a pilóta a fedélzetről kizárólag a motor fordulatszámát volt képes szabályozni a gázkar segítségével. Mivel igen instabil szerkezetnek bizonyult, néhány embernek a földről kellett kézzel stabilizálnia a lebegést. Az első valóban járműnek nevezhető négyrotoros helikopter prototípus a *Convertawings Model "A" Quadrotor* elnevezésű gép volt (2. ábra). Az 50-es években több sikeres próbarepülést is végrehajtottak vele, de megrendelések hiányában a projektet leállították [3].



**2. ábra.** *Convertawings Model "A" Quadrotor*

Bár ember szállítására alkalmas négyrotoros helikopter soha nem jutott el valódi civil vagy katonai alkalmazásig, kisméretű, pilótanélküli társaival az utóbbi időben egyre gyakrabban lehet találkozni, elsősorban távirányítású játékmódellék formájában (3. ábra).



**3. ábra.** Távirányítású négyrotoros helikopter modellek

Emellett persze léteznek „komolyabb” rendeltetésű, nagymértékben automatizált működésű négyrotoros helikopterek is, mint például a német Diehl cég SensoCopter UAV-ja (4. ábra) [4].



**4. ábra.** *SensoCopter*

## 1.1. MŰKÖDÉSI ELV

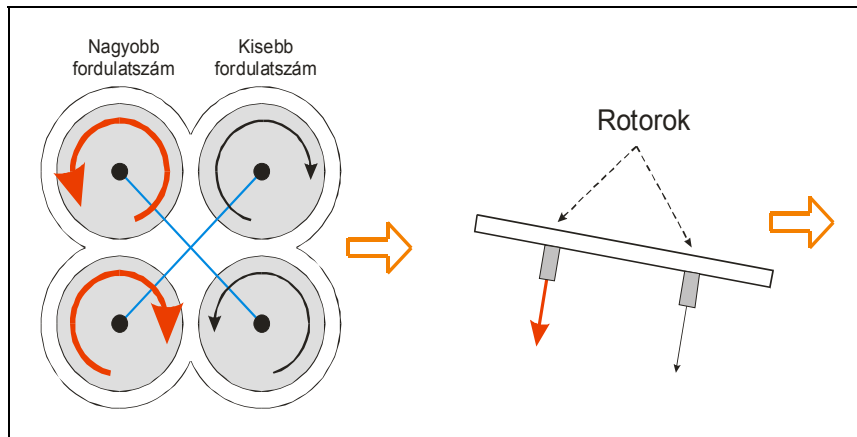
Általánosságban elmondható, hogy a ma szolgálatot teljesítő helikopterek 95%-a – legyen az polgári vagy katonai alkalmazású – „hagyományos”, Sikorsky-féle, egy főrotor egy farokrotor elrendezésű. A farokrotor egyrészt a főrotorra ható reaktív erők forgató hatását ellensúlyozza, másrészt a repülés irányszögét lehet segítségével megváltoztatni. A helikopter függőleges és vízszintes mozgását a főrotor fordulatszámával és a rotorlapátok kollektív illetve ciklikus állásszögének változtatásával lehet szabályozni. Az állásszöggel a rotorlapátok által keltett felhajtóerő gyorsan és finoman állítható a fordulatszám hirtelen megváltoztatása nélkül. A rotorlapátok összetett mozgását – az állásszög folyamatos változtatását egyetlen fordulat alatt – bonyolult mechanikai rendszerrel lehet csak megoldani. Ezért, bár a technika fejlődésével mind a mechanika mind az irányító rendszerek egyre megbízhatóbbak és egyre jobb minőségűek, egy hagyományos felépítésű helikopter biztonságos üzemeltetése karbantartás- és szervizigényes [5].

## 1.2. ELEKTROMOS MEGHAJTÁS

Négyrotoros elrendezéssel fix állásszögű rotorokkal is irányíthatjuk a helikopter mozgását pusztán a négy rotor fordulatszámának változtatásával. Ehhez azonban olyan meghajtó-rendszerre van szükség, amely lehetővé teszi a rotorok gyors és pontos fordulatszám-változtatását. A hagyományos elrendezésű helikoptereknél a robbanómotoros meghajtás elegendő dinamikával rendelkezik, mivel nincs szükség hirtelen fordulatszám változtatásokra. Fix állásszög esetén azonban, ahol a felhajtóerőt kizárólag a rotorok fordulatszámával szabályozzuk, a robbanómotoros meghajtás nem hatékony. A legkézenfekvőbb választás a probléma megoldására az elektromotoros meghajtás. A mai modern állandómágneses, kefe nélküli, háromfázisú elektromotorok mechanikailag robosztus, igénytelen berendezések. Fordulatszámuk, a nagy nyomatéknak, a kis tehetetlenségű forgórésznek, és a korszerű félvezető eszközöknek köszönhetően, széles tartományban precízen és nagy dinamikával szabályozható. [6] [7]. A robbanómotorral ellentétben nem keletkezik kellemetlen égéstermék, hő és zaj, ez egyrészt csökkenti a felderíthetőséget másrészt előnyös a beltéri alkalmazásokban.

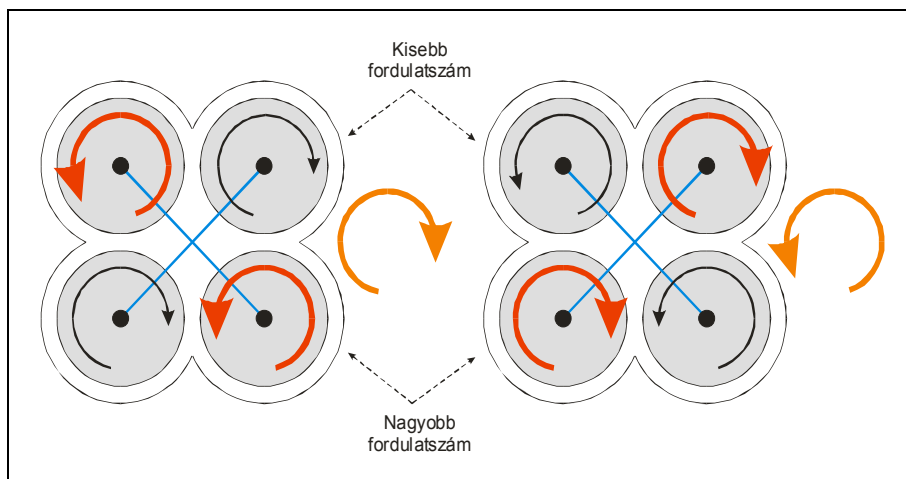
Az elektromos meghajtás ellen egyetlen komoly érvet lehetne felhozni. Bár akár 70-95%-os hatásfok is elérhető – robbanómotoros meghajtás 25-40%-ával szemben – az energiaforrásként szolgáló akkumulátorok tárolt energia/tömeg mutatója egyelőre jóval kisebb, mint a fosszilis tüzelőanyagoké. Ez azt jelenti, hogy ma még egy tisztán elektromos meghajtású UAV kisebb hasznos teherrel és rövidebb ideig tartózkodhat a levegőben, mint egy robbanómotoros. Biztosra vehető azonban, hogy a mobil informatikai eszközök egyre bővülő piacának köszönhetően, a probléma enyhítésére megoldást jelentő üzemanyagcella hamarosan elérhető alternatívája lesz az egyébként egyre jobb és jobb hatásfokú akkumulátoroknak [8].

### 1.3. A HELIKOPTER IRÁNYÍTÁSA



**5. ábra.** Mozcás oldalirányban: Jobbra mozgáshoz a baloldali rotorokon növelni kell a fordulatszámot

A helikopter függőleges mozgását a négy rotor fordulatszámának együttes növelésével vagy csökkentésével lehet irányítani. Ez megfelel a hagyományos helikoptereknél megszokott kollektív állásszög, illetve motorteljesítmény változtatással. Az oldalirányú mozgást az egymás mellett lévő rotorok fordulatszámának változtatásával lehet irányítani, amit hagyományos esetben a ciklikus állásszög változtatásával valósítanak meg. Az 5. ábra alapján láthatjuk, hogy a bal oldali rotorok fordulatszámának növelésével a gép megdől, és a vízszintes irányban ható erőkomponensek miatt jobbra mozog. A balra-, előre- illetve hátramozcás hasonló elvek alapján következnek. A függőleges tengely körüli forgó mozgás azonban már nem ennyire egyértelmű. A légellenállás miatt a rotorlapátokra reaktív erő hat, amely a forgás irányával ellentétes. Az így keletkezett forgatónyomatékokat ellensúlyozza, hagyományos felépítésű helikopter esetén a farokrotor.



**6. ábra.** Függőleges tengely körüli forgás átlósan elhelyezkedő rotorok fordulatszámának növelésével

A négyrotoros elrendezés azonban szimmetrikus, ezért mindaddig, amíg az azonos irányban fogó rotorok által létrehozott forgatónyomatékok eredője egyenlő, nincs függőleges tengely körüli forgás. Ha azonban, például az óramutató járásával ellentétes irányban forgó

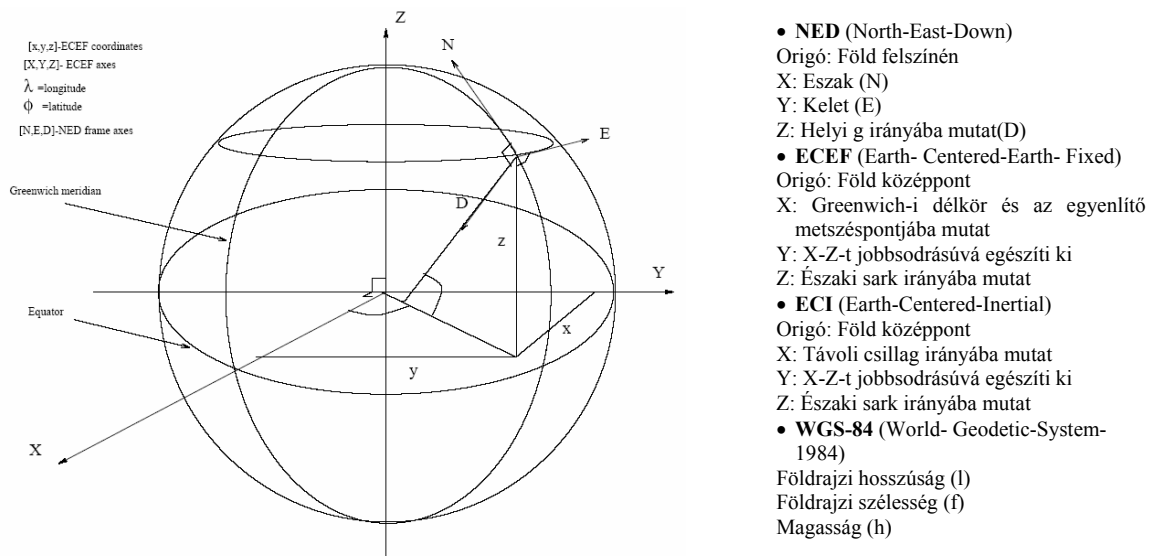
rotorpár fordulatszámát megnöveljük, a rájuk ható reaktív erők megnőnek, így a helikopter az óramutató járásával megegyező irányban forogni kezd. Az ellenkező irányú forgás hasonló elvek alapján következik (6. ábra).

## 2. FIZIKAI MODELL

Ahhoz, hogy a merev testnek tekintett négyrotoros helikopter térbeli mozgás matematikai egyenletekkel le tudjuk írni, ismernünk kell tömegközéppontjának sebességét és az ebben a pontban a testhez rögzített koordináta rendszer szögsebességét. A pozíció, a sebesség, a gyorsulás, az orientáció, a szögsebesség, a szöggyorsulás, vagyis azok a fizikai mennyiségek, amelyeket a különböző mérési módszerek segítségével meg akarunk határozni, a tér-időben vannak definiálva. Ahhoz tehát hogy egyértelmű megállapításokat tehesünk, definiálnunk kell vonatkoztatási rendszereinket, amelyekben ezeket a mennyiségeket megadjuk.

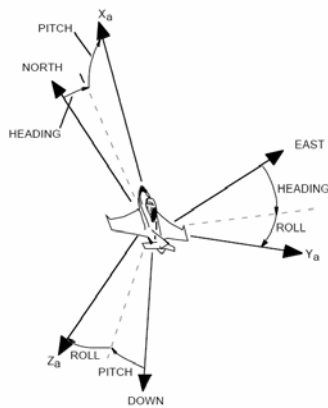
### 2.1. KOORDINÁTA RENDSZEREK

Az olyan vonatkoztatási rendszereket, amelyekben a testek megőrzik nyugalmi állapotukat vagy egyenes vonalú egyenletes mozgásukat, amíg valamilyen erő nem hat rájuk, inercia-rendszereknek nevezzük. Ezek azért fontosak számunkra, mert az ilyen koordináta-rendszerekben érvényesek a repülőgépeink térbeli mozgását leíró klasszikus mechanika törvényei. A különféle repülő eszközeink a föld légkörében mozognak, azonban a nap körül keringő és a tengelye körül forgó földhöz rögzített vonatkoztatási rendszer a definíció értelmében nem tekinthető inercia rendszernek. Ha koordináta-rendszerünket állócsillagokhoz rögzítjük jó közelítéssel inercia rendszert kapunk, de ez a megoldás a nagy távolságok miatt kényelmetlen. Szerencsére a földi navigációs problémák döntő többségében elegendő, ha koordináta rendszerünk origója a föld tömegközéppontjában van, és csak állását rögzítjük távoli álló csillagokhoz. Ezt a koordináta rendszert föld középpontú inercia rendszernek nevezzük, vagy az angolszász elnevezés kezdőbetűiből ECI. Kis navigációs távolságok esetén további egyszerűsítéseket is alkalmazhatunk. Az 7. ábra a repüléstechnikában használatos vonatkoztatási rendszereket szemlélteti. Kvázi inercia rendszert kapunk, ha a föld felszínét síknak tekintjük, és koordináta rendszerünk tengelyei rendre az Északi, Keleti és a helyi gravitációs vektor irányába mutatnak. Ezt a rendszert NED koordináta rendszernek nevezzük. Nagyobb távolságú repülőutak esetén azonban figyelembe kell vennünk, hogy a föld nem sík, hanem forgás-ellipszoid. A föld középpontú és távoli csillagokhoz rögzített tengelyű ECI rendszer mellett létezik egy egyszerűsített, a földdel együtt forgó ECEF rendszer is. A földi navigációban ugyancsak gyakran alkalmazott WGS-84 rendszerben az objektumok pozíciója a hagyományos földrajzi szélesség, földrajzi hosszúság valamint magasság adatokkal van definiálva [9].

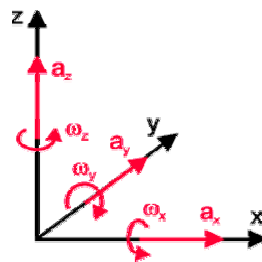


7. ábra A repülésben használt fontosabb vonatkoztatási rendszerek [10].

Mivel a navigáció során a választott inerciarendszer és a vizsgált test, jelen esetben egy pilóta nélküli repülőgép egymáshoz viszonyított helyzetét és állását határozzuk meg, definiálnunk kell egy a repülőgéphez rögzített koordináta rendszert is. Ez a test-koordináta rendszer (8. ábra/a). A repülésirányító automatikának az a feladata, hogy a test koordináta rendszer origójának sebessége valamint a tengelyek szögsebessége a repülési feladatnak megfelelően változzon a választott navigációs koordináta rendszerhez képest. Ha útvonalrepülésről van szó, ez azt jelenti, hogy a repülőgép az előre definiált térbeli pontokon keresztül halad. Ebben a koordináta rendszerben az x tengely a haladási irány szerint előre, az y jobb oldalra, a z tengely pedig a kettőt jobbsodrású rendszerré kiegészítve lefelé mutat. Az origó a tömegközéppontban van. A test-koordinátarendszer rendszernek fontos szerepe van repülőgépünk mozgásegyenleteinek felírásakor, de navigációs szenzoraink is ehhez a vonatkoztatási rendszerhez vannak rögzítve [9] [10]. A rádió navigációnak, ezen belül a globális helyzetmeghatározásnak, valamint az inerciális navigációnak a légi járművek automatikus üzemeltetésénél igen fontos szerepe van, mivel a robotpilótánál hasonló funkciót töltenek be, mint az embernél az érzékszervei. Amikor az ember repülőgépet vezet, érzékszervei szolgáltatják a visszacsatoló jelet a repülőgép pillanatnyi állapotáról, segítségükkel határozzuk meg, hogyan kell mozgatnunk a gép kormánysszerveit, ahhoz hogy az a repülési feladatnak megfelelően mozogjon. A robotpilóta érzékszervei tehát a navigációs berendezések [11].



a,



b,

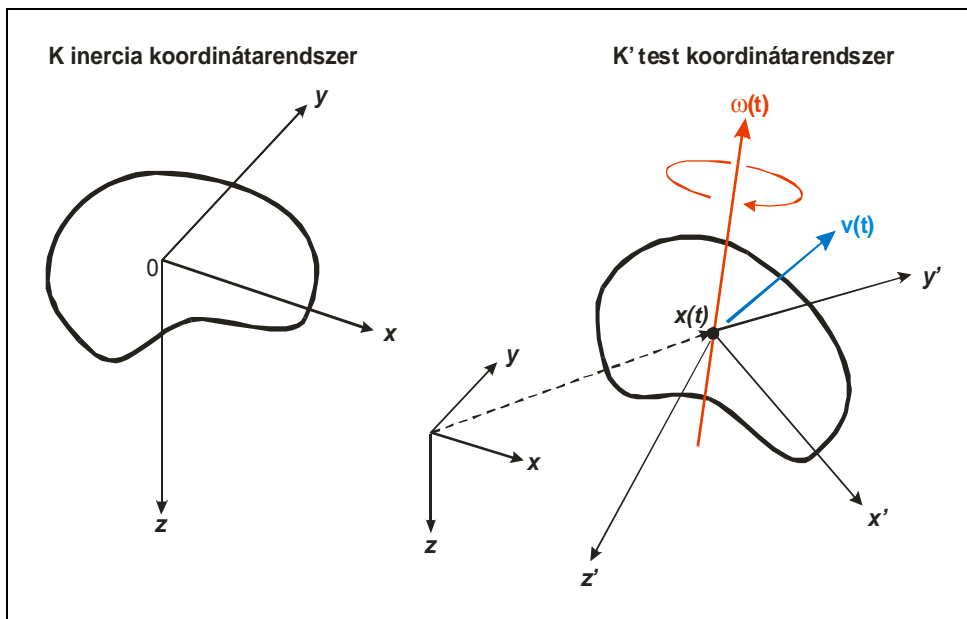
$$v(t) = \int a(t)dt$$

$$x(t) = \int \int a(t)dt^2$$

$$\varphi(t) = \int \omega(t)dt$$

8. ábra a.) A test-koordinátarendszer b.) a mért gyorsulásból és szögsebességből számított  $v(t)$ ,  $x(t)$  és  $\varphi(t)$

## 2.2. MOZGÁSEGYLETEK



9. ábra. Merev test általános mozgása. A translációs mozgás a tömegközéppontba mutató  $\underline{x}(t)$  vektorral, a rotációs mozgás a tömegközéppontban rögzített test-koordináta rendszer és a referencia-koordinátarendszer egymáshoz viszonyított helyzetét reprezentáló  $\underline{R}(t)$  mátrixszal leírható.

A négyrotoros helikoptert több bemenetű több kimenetű, MIMO (**M**ulti **I**nput **M**ulti **O**utput) rendszerként foghatjuk fel. A pilóta vagy robotpilóta irányító jelei és a helikopter irányító jelekre adott válaszai közötti összefüggést – felhasználva a fizika elfogadott tapasztalati törvényszerűségeit – matematikai egyenletek formájában írhatjuk le. A későbbi szabályozástechnikai tervezésben ezen egyenletrendszerből származtatjuk majd a különböző



repülési üzemmódok leírásához legmegfelelőbb, egyszerűsített matematikai modelljeinket. Bemeneti jelként, az egyszerűség kedvéért, egyelőre a négy rotor fordulatszámát fogom tekinteni, de a későbbiekben természetesen figyelembe veszem az elektromotort is, mint közbelső dinamikus rendszert.

A Newton törvények alapján egy merev test  $\mathbf{S}(t)$  mozgásállapotának időbeli változási sebességét a következő differenciál-egyenletrendszerrel írhatjuk le [12]:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{S}(t) = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{r}}(t) \\ \underline{\mathbf{R}}(t) \\ \underline{\mathbf{P}}(t) \\ \underline{\mathbf{L}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{v}}(t) \\ \underline{\boldsymbol{\omega}}(t) \times \underline{\mathbf{R}}(t) \\ \underline{\mathbf{F}}(t) \\ \underline{\mathbf{M}}(t) \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{a.}, \\ \text{b.}, \\ \text{c.}, \\ \text{d.}, \end{matrix} \quad (1.)$$

ahol,

$\underline{\mathbf{r}}(t)$  : a tömegközéppont pozícióvektora,  
 $\underline{\mathbf{v}}(t)$  : a tömegközéppont sebességvektora,  
 $\underline{\mathbf{R}}(t)$  : a rotáció mátrix,  
 $\underline{\boldsymbol{\omega}}(t)$  : a szögsebesség-vektor,  
 $\underline{\mathbf{P}}(t)$  : a test impulzusvektora,  
 $\underline{\mathbf{F}}(t)$  : a testre ható erők eredőjének vektora,  
 $\underline{\mathbf{L}}(t)$  : a test impulzusmomentum-vektor,  
 $\underline{\mathbf{M}}(t)$  : a nyomatékok eredőjének vektora.

A  $\mathbf{K}$  inercia-koordinátarendszerben definiált pozíció- és sebességvektor a test tömegközéppontjának haladó (transzlációs) mozgását írja le. A test azonban forgó (rotációs) mozgást is végezhet. A tömegközéppontban rögzített  $\mathbf{K}'$  test-koordinátarendszer  $\mathbf{K}$ -hoz viszonyított állását a 3x3-as méretű rotáció mátrixszal, annak változási sebességét pedig a szögsebesség vektorral adjuk meg. A szögsebesség vektor nagysága a forgás sebességét, iránya pedig a forgás tengelyét határozza meg. Az  $\underline{\mathbf{R}}(t)$  mátrixnak fizikai jelentést is adhatunk: a  $t$  időpontban  $\underline{\mathbf{R}}(t)$  oszlopaiból képzett vektorok  $\mathbf{K}$ -ban, az elforgatott  $\mathbf{K}'$  koordinátarendszer  $x'$ ,  $y'$  és  $z'$  tengelyeinek irányába mutatnak (9. ábra):

$$\underline{\mathbf{R}}(t) = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{yx} & R_{zx} \\ R_{xy} & R_{yy} & R_{zy} \\ R_{xz} & R_{yz} & R_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.)$$

Az (1.a) kifejezésben szereplő vektoriális szorzat mátrixszorzásra egyszerűsödik, ha a szögsebesség vektort mátrix formában írjuk fel a következő módszer szerint:

$$\underline{\boldsymbol{\omega}}(t) = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \rightarrow \underline{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.)$$

Ez alapján:

$$\underline{\dot{\mathbf{R}}}(t) = \underline{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}(t)\underline{\mathbf{R}}(t) \quad (4.)$$

lesz, ami egyenértékű (1.b) kifejezéssel.

A tömegközéppont tétele kimondja, hogy „egy mechanikai rendszer tömegközéppontja úgy mozog, mintha a rendszer teljes tömege ott összpontosulna, és erre a pontra a külső erők eredője hatna<sup>2</sup>”. Eszerint, és Newton II., az impulzusra vonatkozó axiómája alapján:

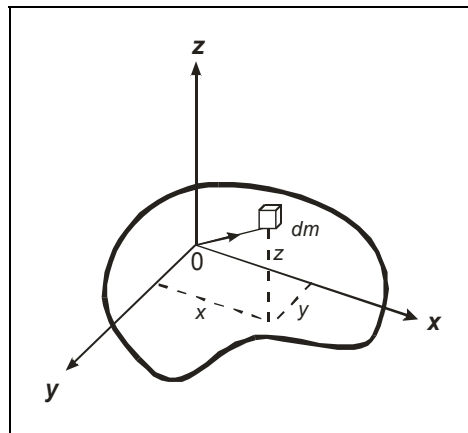
$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{F}(t) \longrightarrow m\dot{\mathbf{v}}(t) = \sum_j^K \mathbf{F}_j(t), \quad m = \sum_i^N m_i \quad (5.)$$

ahol  $m$  a test teljes tömege,  $m_i$  a testet alkotó  $N$  számú részegység  $i$ -edik elemének tömege,  $\mathbf{F}_j(t)$  pedig a testre ható  $j$ -edik erővektor ( $j = 1, 2, 3 \dots K$ ;  $i = 1, 2, 3 \dots N$ ),.

Az impulzus  $\mathbf{P}(t) = m\mathbf{v}(t)$  képletéhez hasonlóan definiálhatjuk a forgó mozgásra vonatkozó impulzuszórántumot is:  $\mathbf{L}(t) = \mathbf{I}(t)\boldsymbol{\omega}(t)$ . Ez alapján:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{L}(t) = \mathbf{M}(t) \longrightarrow \frac{d}{dt} [\mathbf{I}(t)\boldsymbol{\omega}(t)] = \sum_k^Z \mathbf{M}_k(t) \quad (6.)$$

ahol,  $\mathbf{M}_k(t)$  a testre ható  $k$ -edik forgatónyomaték vektor ( $k = 1, 2, 3 \dots Z$ ),  $\mathbf{I}(t)$  pedig 3x3-as méretű mátrix, amit tehetetlenségi tenzornak nevezünk:



10. ábra. Tehetlenségi tenzor számítása

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (7.)$$

$$I_{xx} = \int_m (y^2 + z^2) dm \quad I_{xy} = I_{yx} = \int_m xy \, dm$$

$$I_{yy} = \int_m (x^2 + z^2) dm \quad I_{yz} = I_{zy} = \int_m yz \, dm$$

$$I_{zz} = \int_m (x^2 + y^2) dm \quad I_{zx} = I_{xz} = \int_m xz \, dm$$

<sup>2</sup> Gilber, Sólyom: Fizika mérnököknek - 129. oldal, Műegyetemi kiadó, 1994.

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  az  $x, y, z$  tengelyekre számított fő tehetetlenségi nyomatékok,  $I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$  pedig a tengelyek által meghatározott síkokra számított tehetetlenségi nyomatékok. A tehetetlenségi tenzor a test tömegeloszlását írja le a választott referencia ponthoz képest.  $\mathbf{K}$ -ban így  $\underline{\mathbf{I}}$  a test mozgása miatt időben változó lesz. Állandó tömegű merev test esetén a  $\mathbf{K}'$ -ben számolt  $\underline{\mathbf{I}}_0$  tehetetlenségi tenzor azonban szerencsére állandó, így az a tömeghez hasonlóan fizikai jellemzőként adható meg, bár pontos meghatározása a homogén tömegeloszlású, egyszerű geometriával rendelkező testektől (gömb, henger, téglatest stb.) eltekintve sokszor nehézkes. Itt megjegyezném, hogy mindig található olyan  $\mathbf{K}'$  koordináta rendszer, amelyben  $\underline{\mathbf{I}}_0$  diagonális mátrix. Ilyenkor az  $x', y', z'$  tengelyek tehetetlenségi fő tengelyek [12] [13] [14].

Mozgásegyenleteinket eddig a  $\mathbf{K}$  inercia-rendszerben írtuk fel. A forgó mozgásra vonatkozó összefüggéseket viszont célszerűbb a helikopter tömegközéppontjában rögzített  $\mathbf{K}'$  test-koordinátarendszerben megadni:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\mathbf{x}}}(t) &= \underline{\mathbf{v}}(t) \\ m\dot{\underline{\mathbf{v}}}(t) &= \sum_j^K \underline{\mathbf{F}}_j(t) \\ \underline{\dot{\mathbf{R}}}(t) &= \underline{\mathbf{R}}(t)\underline{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_{K'}(t) \\ \underline{\mathbf{I}}_0 \underline{\dot{\boldsymbol{\omega}}}_{K'}(t) &= -\underline{\boldsymbol{\omega}}_{K'}(t) \times \underline{\mathbf{I}}_0 \underline{\boldsymbol{\omega}}_{K'}(t) + \sum_k^Z \underline{\mathbf{M}}_{kK'}(t)\end{aligned}\tag{8.}$$

Így egyrészt állandó tehetetlenségi tenzonnal számolhatunk, másrészt a navigációs szenzorok által szolgáltatott mérési adatok is ebben a rendszerben vannak definiálva.

A merev testnek tekintett helikopter sárkányszerkezetének dinamikus viselkedését tehát a (8.) egyenletrendszer írja le. Ez azonban még nem tartalmazza a rotorok fordulatszáma és a rendszerre ható erők és nyomatékok közötti összefüggéseket.

### 3. A KÍSÉRLETI RENDSZER IDENTIFIKÁCIÓJA

Ahhoz, hogy az előző fejezetben kapott matematikai modellt a négyrotoros helikopter esetében alkalmazni lehessen, meg kell határozni a rendszer  $m$  tömegét,  $\underline{\mathbf{I}}_0$  tehetetlenségi tenzorát valamint a helikopterre ható erőket és nyomatékokat.

A teljes rendszer tömegét az egyes alkotóelemek tömegének összegzésével kaphatjuk meg, ahogy azt az (5.) kifejezésnél láthattuk:

$$m_0 = \sum_i^N m_i\tag{9.}$$

Megfelelő pontosságú mérleg segítségével az alkotóelemek, de akár a teljes rendszer tömege is egyszerűen lemérhető. Az  $\underline{\mathbf{I}}_0$  tehetetlenségi tenzor meghatározásához azonban bonyolultabb módszerek szükségesek.

A tehetetlenségi tenzor számításához felhasználhatjuk az integrál operátor lineáris tulajdonságát, vagyis az eredő tehetetlenségi tenzort felbonthatjuk a test egyes alkotóelemeinek tehetetlenségi tenzorainak összegére. Ha a testhez rögzített  $\mathbf{K}_0$  koordináta rendszerben adottak az alkotóelemek saját tömegközéppontra vonatkoztatott  $\underline{\mathbf{I}}_{0i}$  tehetetlenségi tenzorai, valamint a tömegközéppontok  $\underline{\mathbf{r}}_i$  helyvektorai, az eredő tehetetlenségi tenzor a Steiner-tétel alapján az

$$\underline{\mathbf{I}}_{=0} = \sum_i^N \underline{\mathbf{I}}_{=0i} + m_i (\underline{\mathbf{r}}_i' \underline{\mathbf{r}}_i \mathbf{I}_e - \underline{\mathbf{r}}_i \underline{\mathbf{r}}_i')$$
 (10.)

formulával számolható. Az eredő  $\underline{\mathbf{r}}_0$  tömegközéppont helyvektor az  $\underline{\mathbf{r}}_i$  vektorok tömeggel súlyozott átlaga:

$$\underline{\mathbf{r}}_0 = \frac{1}{m_0} \sum_i^N m_i \underline{\mathbf{r}}_i$$
 (11.)

Ha valamelyik alkotóelem tehetetlenségi tenzora egy  $\mathbf{K}_0$ -al nem azonos állású  $\mathbf{K}_i$  koordináta rendszerben van definiálva,  $\underline{\mathbf{I}}_{0i}$  a következő formulával számolható:

$$\underline{\mathbf{I}}_{=0i} = \underline{\mathbf{R}}_i \underline{\mathbf{I}}_i \underline{\mathbf{R}}_i^T$$
 (12.)

ahol  $\underline{\mathbf{R}}_i$  a két koordináta rendszer állását ( $\mathbf{K}_0$ -ban) reprezentáló rotáció mátrix [14] [15].

A fenti módszer akkor alkalmazható, ha a testet alkotó részegységek jól közelíthetők homogén tömegeloszlású, egyszerű geometriai formákkal, vagy azok kombinációival, valamint ha a geometriai méreteket és távolságokat megfelelő pontossággal mérni tudjuk. Az így közelített elemek tehetetlenségi tenzorai már viszonylag könnyen számíthatók. További segítséget nyújthatnak a gépészmérnöki gyakorlatban használatos CAD<sup>3</sup> programok, melyekben lehetőség van a bennük megrajzolt 3D alakzat tehetetlenségi tenzorának automatikus meghatározására.

A számítások ellenőrzésére ad lehetőséget, ha a merev testből fizikai ingát készítünk. A testet, egy nem a tömegközéppontján átmenő vízszintes tengelynél felfüggesztjük, majd egyensúlyi helyzetéből kimozdítjuk. Ha ismerjük a test  $m$  tömegét és a forgástengely tömegközépponttól mért  $d$  távolságát, a lengésidőből meghatározhatjuk a kérdéses forgástengelyre vonatkozó  $\Theta$  tehetetlenségi nyomatékot [16]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mgd}}$$
 (13.)

---

<sup>3</sup> CAD: Computer Aided Design

## FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Murphy D., Cycon J.: **Applications for mini VTOL UAV for law enforcement**, <http://www.spawar.navy.mil/robots/pubs/spie3577.pdf>
2. Stone R.H., Clarke G.: **The T-Wing: A VTOL UAV for Defense and Civilian Applications**, [http://www.aeromech.usyd.edu.au/uav/twing/pdfs/UAVAustConference\\_T\\_Wing1\\_final.pdf](http://www.aeromech.usyd.edu.au/uav/twing/pdfs/UAVAustConference_T_Wing1_final.pdf)
3. Leishmann, Gordon: **A History of Helicopter Flight**, <http://www.glue.umd.edu/~leishman/Aero/history.html>
4. Diehl BGT Defence GmbH & Co KG: **System Description SensoCopter**, System description, 2006.
5. Wagtendonk, W. J.: **Principles of Helicopter Flight**, ISBN: 1560272171
6. Turóczy A.: **Katonai alkalmazású robotok villamos meghajtása**, Gép folyóirat, 2006.
7. Turóczy A.: **Onboard Electronics of UAVs**, AARMS, Vol.5. No.2. 2006.
8. Ballard Power Systems: <http://www.ballard.com>
9. S. Rönback: **Development of a INS/GPS navigation loop**, Master's thesis, Lulea University of technology, 2000.
10. S. H. Stovall: **Basic Inertial Navigation**, Naval Air Warfare Center Weapons Division, 1997.
11. Turóczy A.: **Pilóta nélküli légi járművek navigációs berendezései**, Bolyai szemle, 2006. I. szám.
12. D. Baraff: **An introduction to physically based modelling**, Robotocs Institute, Carnegie Mellon University, 1997.
13. Gilber, Sólyom: **Fizika mérnököknek**, Műegyetemi kiadó, 1994.
14. V. P. Stokes: **The mass moment of inertia**, Systems and Control dept., Uppsala University, Sweden.
15. C. P. Fritzen: **Dynamics of machines and systems**, Lecture notes, Universitat Siegen
16. Pacher: **Fizika**, Kézirat, Budapesti Műszaki Egyetem,