

X. Évfolyam 2. szám - 2015. június

**SZEGEDI Péter**

[peter.szegedi92@gmail.com](mailto:peter.szegedi92@gmail.com)

## **A MATEMATIKA ÉS A HADTUDOMÁNYOK HATÁRÁN: JÁTÉKELMÉLET ALKALMAZÁSA A KATONAI KÉPZÉSBEN**

### *Absztrakt*

*A cikkben bemutatásra kerül, hogy a hadtudományokban, azon belül is a kiképzés és nevelés terén, elérhetőek eredmények a különböző játékelméleti problémák leküzdésére. A népszerű fogolydilemma mellett előjönnek kevésbé ismert példák is, mindre megoldási javaslatokkal, amelyek elősegítik a katonák döntéshozatalát rendkívüli szituációkban.*

*In my article is demonstrated, that in military sciences, especially in training and education, results can be achieved to confront different game theory problems. Apart from the famous prisoner's dilemma, less known examples are also taken into account, all with propositions of solving them, which helps soldiers in decision-making during extraordinary situations.*

**Kulcsszavak:** *kiképzés, nevelés, játékelmélet, döntéshozatal ~ training, education, game theory, decision- making*

## BEVEZETÉS

Cikkem legelején bemutatásra kerül a játékelmélet, mint a matematika egyik ága, annak történetével, majd konkrét példán keresztül rátérek, miként van jelen és hatással a katonai nevelésben, döntéshozatalban.

Először röviden áttekintjük a játékelmélet kialakulását, és a rövidet szó szerint értve, hiszen egy nagyon fiatal tudományágról van szó. Ami érdekessé teszi a történeti áttekintését, az a magyar vonatkozása, melyre joggal lehetünk büszkék.

A huszadik század előtt már előkerültek különböző elképzelések, hogy ilyen-olyan játékok megoldását keressék, főként különböző kártyajátékok és táblajátékok esetében. Viszont az első tudományos, matematikailag megalapozott áttörést a magyar származású Neumann János hozta 1944-ben a híres munkájával: „Theory of Games and Economical Behavior”, amely lényegében a játékelmélet alapköveit fektette le [1]. Ezzel elindult egy korszak, rengetegen kezdtek el foglalkozni a témával és sorra születtek a tudományos eredmények. A fókuszban leginkább a kooperációs játékok álltak, illetve kerestek megoldásokat a hidegháború nukleáris fenyegetettségére, ami központi elemévé vált az emberek érdeklődésének. Itt érdemes megemlíteni egy népszerű filmet, ami a nukleáris fenyegetettséget szinte komikusan mutatja be, a „Dr. Strangelove, avagy rájöttem, hogy nem kell félni a bombától, meg is lehet szeretni”. Továbbmenve a történelmi áttekintésben egy másik nagy zsenit érdemes megemlíteni, illetve előjön egy ismert film címe is. A Csodálatos Elme c mű, amely a híres matematikus John Nash életét mutatja be, akinek kalandos és sokszor megpróbáltatásokkal teli élete során olyan megfigyelései voltak, amiket a maga idejében senki nem ismert el. Az ő nevéhez fűződik a Nash egyensúly felfedezése, amelyről még említést teszek a későbbiekben, és amiért, a bizonyítása után jó pár év elteltével ugyan, de 1994-ben megosztva közgazdaságtani Nobel díjat kapott a magyar Harsányi Jánossal és Reinhard Seltennel közösen. [2]

A történeti áttekintés után pedig magának a matematikai fogalmaknak az áttekintése révén érthetjük meg igazán témakört. A játékelmélet alapvetően különböző hétköznapi értelemben vett játékokat és egyéb szituációkat modellez matematikai eszközökkel. Résztevők száma alapján két- vagy többszemélyes játékokat különböztetünk meg. A játék során a játékosok döntéseket hoznak, ezt lépésnek hívják, így beszélünk egy- vagy többlépéses játékról. Egy klasszikus példája a kétlépéses kétszemélyes játéknak a kő-papír-olló, ahol mindkét játékos hoz egy-egy döntést és ennek függvényében győz az egyik fél vagy döntetlen lesz a kimenetel. Egy fontos tulajdonság, hogy az úgynevezett állandóösszegű („zero sum”) típusú játékok kategóriájába esik. Ez megfigyelhető, ha pénzben játsszák, hogy a tétek összértéke nem változik, csak annak eloszlása a játékosok között. Ennek ellentétje az olyan változó összegű játékok, ahol van egy vagy több külső erő és menetközben megváltozhat a játék összege. Ilyen lehet például egy bank, aki elnyerhet vagy veszíthet összeget, de nem hozhat döntéseket, így nem számít játékosnak.

A játékokon belül az összefüggő döntések egy halmazát stratégiának nevezzük, ha valaki pl. mindig ollót mutat, az elviekben lehet egy stratégia. Tiszta stratégia az, ami sosem változik, adott helyzetben mindig ugyanazon döntések sorozatának meghozatala, ilyen például a később tárgyalt fogoly dilemmában a dezertálás. Kevert stratégiáról arról beszélünk, ha döntéseinket bizonyos időközönként és arányok szerint változtatjuk. Egy jó példa erre a fentebb említett kő-papír-olló, ahol bizonyítottan legjobban akkor járunk, ha egyharmad eséllyel játsszuk mindhárom kimenetelt (feltéve, hogy racionális játékos ellen játszunk). Fontos megjegyezni, hogy sem a tiszta sem a kevert stratégia nem azonos az optimális stratégiával, ami egy külön fogalom. Jelentése egy olyan stratégia, amelytől a játékosnak nem érdemes eltérnie. Alapvetően ezzel fogunk foglalkozni, hisz minden esetben az érdekel minket, hogyan lehetne nyereségünket maximalizálni.

## A FOGOLYDILEMMA ÉS „MEGOLDÁSÁNAK” LEHETŐSÉGEI

### A játék sajátosságai

Ha a játékelmélet szóba kerül, a legismertebb példa a fogolydilemma. Ez a játék részben egyszerűségének, részben elgondolkodtató mivoltának köszönheti népszerűségét.

Az alapszituáció, hogy egy seriff elfog két gyanúsítottat, de nincs elegendő bizonyítéka a súlyos bűncselekvény elkövetéséről. A foglyokat külön cellába helyezik, majd alkut ajánlanak mindkettőnek. [3] Amennyiben tanúskodik a társa ellen, azonnal kiengedik, míg a társát 20 évre lecsukják. Ha senki sem tanúskodik, bizonyítékok hiányában egy év után mindkettőjüket kiengedik, ellenben, ha mindketten vallanak, úgy enyhítő körülmények figyelembevételével 5-5 évet kapnak. Az alábbi ábra jól mutatja a játék kifizetési függvényeit (pay-off function):

Prisoners' dilemma		prisoner B	
		confess	remain silent
prisoner A	confess	 5 years    5 years	 0 year    20 years
	remain silent	 20 years    0 year	 1 year    1 year

© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

1.ábra. A fogolydilemma kimenetei [4]

A játéknak felmerül a Nash egyensúlya, mely definíció szerint akkor alakul, amikor mindkét játékos egy olyan stratégiát folytat, amelytől nem érdemes eltérnie. Jelen esetben ez egyértelműen a vallomás (dezertálás), hiszen ebben az esetben a másik játékos döntésétől függetlenül legjobb eredményt érünk el (5 év jobb, mint 20 év és 0 év szintén jobb, mint 1 év). Paradox módon ez a megállapítás ahhoz vezet, hogy mindkét fél dezertál, így egyénileg nézve mindketten a második legrosszabb kimenettel zárnak (nézőpont kérdése persze, fogva tartóik szemszögéből nézve ideális). Hogy van az, hogy matematikailag vizsgálva a legjobb döntés, amittől nem érdemes eltérni, ilyen rossz kimenetelhez vezet? Nem lehet ezen javítani, esetleg más megoldást keresni, a nagyobb pay-off reményében? Tovább megyek, egy racionálisan gondolkodó katona fogságba kerülve egyből dezertál, elárulva társait és hazáját?

Ezekre a kérdésekre kerestem a választ, amik láthatólag nem szigorúan matematikai jellegűek, illetve erősen köthetőek a katonai gondolkodásmódhoz.

### A szuper racionális játékos

Elsőként matematikailag vizsgáljuk a fogoly dilemma „megoldását”. Douglas Hofstadter 1985-ben, a *Metamagical Themas* c. művében bemutatott egy újfajta játékost, a szuper racionálist [5]. Ennek lényege, hogy mindkét játékos feltételezi a másiról, hogy a kooperálásra törekszenek, mert belátják, hogy így tudják közösen maximalizálni nyereségeiket. Az ilyen játékos ugyanis megfigyeli a játék social optimum-át, vagyis azt a kimenetet, ahol a nyereségek

összege maximális (ez eleve csak nem zérusösszegű játékok esetében érvényes). Ugyanis, ha mindkét játékos célirányosan a social optimum-ra játszik, akkor kooperálással garantálják, hogy mindketten jól járnak. Ebből kiderül, hogy a módszer csak akkor működik, ha mindkét játékos belátja a stratégiából származó előnyt, vagyis mindketten szuper racionális játékosok, és ezt tudják egymásról. Ellenkező esetben, (például, ha nem vagyunk benne biztosak, hogy a másik játékos is szuper racionális), akkor a követendő stratégia a racionális játékosé, a Nash egyensúlyra való törekvés, vagyis a dezertálás.

Hogyan lehet tehát megállapítani valakiről, hogy szuper racionális játékos? Ez nem olyasmi, ami rá van írva az emberre, külsőre nem lehet megítélni. Marad tehát a megnyilvánulás alapján, ami magában hordoz egy problémát: a dezertőr számára természetes, hogy szuper racionális játékost alakít, amivel a másik játékost kooperálásra biztatja, így dezertálása esetén saját nyereségét növeli. Szükséges tehát, véleményem szerint, hogy egy megbízható harmadik fél igazolja minden kétséget kizárólag, hogy valaki szuper racionális játékos. Ez természetesen további kérdéseket vet fel, egy néhány közülük:

- Ha valaki egyszer szuper racionálisan viselkedik, arról feltételezhető, hogy mindig is úgy fog viselkedni?
- Vagy éppen fordítva: aki egyszer is dezertál, soha nem lehet szuper racionális?
- Milyen szintig megbízható a harmadik fél igazolása?

Nehéz mindenre kiterjedő rendszert kialakítani, ellenben törekedtem rá, méghozzá oly módon, hogy katonai szemmel vizsgáljuk a lehetőségeket.

A katonai hierarchia sajátosságai alapján az előljáró felel a beosztottaiért, az ő személye hivatalosságot és tekintélyt képvisel. Amennyiben tehát ő maga igazolná egy alárendeltjéről, hogy megbízható, akkor ő onnantól megbízható, és ez a tény univerzálisan elfogadott lenne (de legalábbis saját alakulat berkein belül). Ideális esetben természetesen minden katona megbízik bajtársaiban és végsőig hűségesek, realitán szemlélve viszont másképp állnak a dolgok: adott egy akár több száz főt is számláló alakulat, mindenki különböző múlttal és származással. A legnagyobb jóindulattal sem tud egy parancsnok teljes felelősséget vállalni, és kezkeskedni minden emberének vélhető döntéseiről egyes stresszes szituációkban. [6]

Megoldás lehet, hogy aki már bizonyított korábban, az ily módon elnyervén a parancsnok bizalmát, jogosult a pozitív megkülönböztetésre. Ez részint megvalósult a gyakorlati katonai életben, ugyanis kitűnő, példás teljesítményt elismerésekkel, kitüntetésekkel jutalmazták. Vagyis a speciálisan, szorult helyzetekben megfelelő döntést hozó katonákat egy megfelelő kitüntetéssel, érdemrenddel meg lehetne különböztetni, így feddhetetlenül igazolni az illető szuper racionális tulajdonságát.

### **„Tit for tat”**

Visszatérve a matematikai megoldásokhoz, Hofstadter a szuper racionális játékos fogalmának bevezetésével bebizonyította, hogy van alternatíva a racionális dezertálás helyett, amellyel kölcsönösen növeli mindkét játékos a nyereségeit. Egy másik elmélet is kialakult, melynek kiinduló koncepciója hasonlít a fogolydilemmára, lényegében annak iterált változata.

A szerző jelen esetben egy Robert Axelrod nevű úriember, aki Hofstadter-rel ellentétben nem elméleti szinten kutatott, hanem egy úgynevezett bajnokság formájában tette. A történelmi áttekintéséhez hozzátartozik, hogy egyfajta modern társadalmi kísérletről beszélünk, ahol a játékosok 200 lépésből álló programokat írtak, és ezeket egymás ellen futtatták. Minden lépésben a játékos programja dönthetett, hogy dezertál vagy kooperál (lásd fogolydilemma), ezáltal az alábbi kimenetek lehettek: mindkét program kooperál: 3-3 pont, mindketten dezertálnak: 1-1 pont, illetve csak az egyik kooperál, neki 0 pont és a dezertálónak 5 pont. Végül, aki a legtöbb ponttal zárt (0-1000 pont között), az nyerte a játékot [7]. Az eredményei egyértelműek voltak: a legjobb helyezést a kooperálásra hajlamos játékosok érték el. Ami még

érdekesebb volt, az első helyet az úgynevezett „tit for tat” stratégia segítségével érték el, ami három fontos jelzővel rendelkezik:

- Nyitott: Kooperálással indít
- Bosszúálló: Amennyiben dezertálnak vele szemben, úgy a következő lépésben ő is dezertál
- Megbocsátó: Ha újra kooperálnak vele, visszaáll ő is a kooperálásra

Ezen három tulajdonság segítségével lehet a legjobb eredményt elérni hosszútávon, ha folyamatosan ismételt fogolydilemma jellegű helyzettel találja szemben magát a játékos.

Hátrányához tartozik, hogy a klasszikus példa egyfordulós, mindkét fogoly vall valamiféleképp, esetlegesen egyik szabadul is, és utána „elfelejtik egymást”. Márpedig egy forduló alatt, csak a nyitottságát tudja érvényesíteni a „tit for tat”, ami, ha ismeretes a másik fél számára, akkor kihasználja egy dezertálással, tudván, hogy nem lesz lehetőség a bosszúállásra.

Szerencsére a valós életben ritkán élünk át egyszeri, epizód jellegű élményeket, melynek nincsenek további fejleményei, vagy kihatásai életünk további részére. Ellenkezőleg, sokkal inkább folyamatos élményeket, eseményeket élünk át, amikből tapasztalunk, következtetéseket vonunk le, és ezeket használjuk fel későbbi döntéseink során!

### **Katonai nevelés kérdése**

Végül ismét rátérnék a katonai nevelés kérdéskörére. Matematikai elvek mentén belátható mik az előnyei a megfelelő döntések meghozatalának, viszont felmerül a kérdés, hogyan lehet készíteni egy katonát, vagy bármilyen személyt egyébként, hogy a megfelelő döntéseket ténylegesen meg is hozza?

Adott tehát a szuper racionális gondolkodásmód egyszeri helyzetekre, és a „tit for tat” stratégia a hosszú távú döntéshozatalra és arra kell felkészíteni az embereket, hogy adott helyzetben tisztában legyenek ezzel. Elméleti szinten bemutatni a problémát és a levezetéseit, ahogy tettem fentebb, csak egy része a megoldásnak. Ahhoz, hogy egy beosztott stresszes helyzetben, nyomás alatt meghozza azt a megfelelő döntést, amiről egyébként logikusan átgondolva tudja, hogy helyes, megfelelő képzésre és nevelésre van szükség.

Vegyük az alap fogolydilemmát és tegyünk egy apró módosítást, nem bűnözőket fognak el, hanem hadifoglyok legyenek az alanyaink. Ebből adódik, hogy nem bűnvallomást próbálnak megszerezni a fogva tartók, hanem pl. hadititkokat. Innentől kezdve a kooperálás a hallgatás, amit büntetéssel „jutalmaznak” a fogva tartók, míg a dezertálás a titkok kiadása, amit pedig a lelkiismeret fog esetleg „büntetni”. Egy ilyen szituációra a felkészítést jelenti a hősnevelés. Katonai kiképzés során az egyén értékrendjét próbálják olyan módon átalakítani, hogy egy fogoly számára a titkok megőrzése minden jutalmat felülmúljon. Az ő szempontjából a kínzás és a fogva tartás nem okoz akkora „veszteséget”, mint a hazája elárulása. Tehát egy megoldási lehetőség megváltoztatni a katona értékrendjét, a „pay-off függvényeit”, hogy a megfelelő kimenetelt válassza. A hősnevelés kérdésköre pedig rávezet minket egy újabb játékelméleti problémára.

### **A hiányzó hős csapdája**

Az emberek egyéni viselkedése mindig nagy szerepet játszik a különböző játékokban, ettől válnak érdekessé és egyénivé. Ha mindenki szuper racionálisan viselkedne, nem lennének dilemmák és csapdák, valószínűleg a játékelmélet se jött volna létre. Ebben a példában különösen erősen kiéleződik az emberi viselkedés.

Legyen adott egy szituáció, mikor éjszaka közepén szórakozó fiatalok egy nagyobb torlaszt hagynak egy utca közepén, mondjuk egy felborított kukát, majd odébbállnak. Reggel kezdődik a munkaidő, beindul a forgalom, és társadalmi kísérletek igazolják, hogy az alábbi jelenség figyelhető meg: a kocsik elkezdik kikerülni a kukát és továbbhajtanak. [8] Mikor sűrűsödik a forgalom, a vezetők megfigyelik, mikor van rés a szembe sávban és kikerülve tovább mennek,

mint ahogy tették előtte és utána is. Csak nagy sokára érkezik meg a „hős”, aki úgy gondolja, hogy ez nem maradhat itt és végül félretolja a torlaszt (akár még az is elképzelhető, hogy közben rádudálnak, hogy miért állítja le a kocsiját, mikor ki is kerülheti az akadályt).

A hiányzó hős csapdáját az jelenti, hogy míg bármely játékos 30 másodperc alatt teljesen megoldhatta volna a problémát, inkább egy átlagos 10 másodpercnyi álldogálás után, a szembe forgalom függvényében továbbhajtott. Pedig a társadalom nagy egésze számára, a többi játékosnak az összesített álldogálási idejét egyetlen játékos egyetlen apró cselekedetével meg tudná előzni, Hőssé válni. Viszont a példa is azt mutatja, hogy a társadalom elsöprő többsége nem akar Hős lenni, nem akar segíteni, csak a saját dolgával törődik, hogy ő minél gyorsabban továbbjusson, nem érez felelősséget a helyzet megoldására.

## ÖSSZEGZÉS

Cikkemben igyekeztem a játékelmélet meglévő példáival bemutatni olyan jellegű szituációkat, amikbe bárki, de különösképpen egy katona kerülhet. Ahogy láthattuk nem elvont dolgokról van szó, valós problémával foglalkoztunk, és ezekre kerestük a legjobb megoldásokat.

Több különböző sémát vizsgálva jutunk el arra a következtetésre, hogy érdemben a neveléssel lehet a legjobban leküzdeni a játékelméleti akadályokat. Ez nem jelenti a matematikának a háttérbe szorítását, hisz vezetői szinten pontosan tisztában kell lenni a háttérben lévő alapfogalmakkal és modellekkel. Ellenben beosztotti szinten nem szükséges a folyamatok megértése, elegendő a parancsnoki láncba vetett bizalom alapján elfogadni a szituációkra előírt reakciókat.

Az előbbiekből felmerül viszont, hogy vezetői szinten igen is szükséges a kellő játékelméleti ismeretek elsajátítása, amelyre megoldás lehet annak a tisztképzésbe való integrálása. Az így megszerzett tudás a fentiekén túlmenően az általános világgépet, a gondolkodásmódot, de legfőképp a problémák kezeléséhez és megoldásához való hozzáállást erősítené meg nagymértékben. Kialakulna egyfajta Hős nevelés, amennyiben a katonai állomány egy kérdéses szituációban a társadalmi optimum irányában döntenek.

Más nemzeteknél komoly kutatás zajlik a játékelmélet minél nagyobb felhasználásra katonai kereteken belül. Érdekes, hogy a meglévő, vélhetőleg titkos eredményeken túlmenően, nyilvános publikációk is születtek a témában [9]. Másik példa: „Izrael vezető tekintéllyé vált a játékelmélet terén” – ezt Robert J. Aumann matematikus közölte, miután 2005-ben átvette a Közgazdasági Nobel Díjat [9]. Az illető egyébként társ-alapítója az izraeli Center for Rationality-nak (náluk a legtöbb fontos intézmény a „Center for” név előtagot viseli), ami katonáknak és politikusoknak egyaránt segít kritikus döntések meghozatalában.

Amennyiben tehát külhonba tekintünk, egyértelmű a követendő példa, hogy igenis van összefüggés a hadtudományok és a játékelmélet között, melynek kutatására érdemes időt és energiát fektetni.

### Felhasznált irodalom

- [1] John Von Neumann – Oskar Morgenstern: Theory Of Games And Economic Behavior, 1944. Princeton University Press
- [2] Nash, John (1950) "Equilibrium points in n-person games" Proceedings of the National Academy of Sciences 36(1):48-49.
- [3] Mérő László: Többszintes fogolydilemma, 2009. Magyar Tudomány 170. évf. 5. sz.
- [4] [http://www.acting-man.com/blog/media/2014/11/prisoners\\_dilemma.jpg](http://www.acting-man.com/blog/media/2014/11/prisoners_dilemma.jpg)
- [5] Douglas Hofstadter: Metamagical Themas, 1985. Basic Books

- [6] D. Michael Abrashoff: *It's Your Ship: Management Techniques from the Best Damn Ship in the Navy*, 2007. Business Plus
- [7] Michael J. O'Donnell: *Axelrod's Tournament*, 1998. University of Chicago
- [8] Tóth I. János: *Játékelmélet és Társadalom*, 1997. JATEPress
- [9] Rufus Isaacs: *Differential Games: A Mathematical Theory with Applications to Warfare and Pursuit, Control and Optimization*, 1965. John Wiley and Sons
- [10] Jeff Gates: *How Israel Wages Game Theory Warfare*, 2009. Foreign Policy Journal