

X. Évfolyam 1. szám - 2015. március

WÜHRL Tibor

wuhrl.tibor@kvk.uni-obuda.hu

DIGITÁLIS JELFELDOLGOZÓ ALGORITMUSOK A ROBOTIKÁBAN

Absztrakt

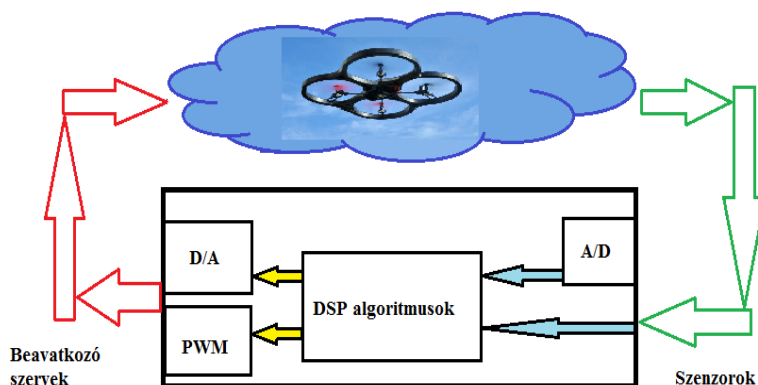
A robotok vezérlő áramköreit, visszacsatolt szabályozó kör elektronikáit, digitális áramkörökkel alakítjuk ki [2]. A szinkron szekvenciális digitális vezérlőkbe a szenzor adatok digitális jelfolyamaként érkeznek, és a beavatkozó jelek, döntési mechanizmusok eredményei is bizonyos mintavételi időközönként, digitális számok formájában állnak elő. A szenzorok- és érzékelők adatait a döntési mechanizmusokat megelőzően szűrjük, digitálisan feldolgozzuk. Fontos, hogy ezek a jelfeldolgozó algoritmusok a véges bitszámú számábrázolás esetén is stabilak, gerjedés-, és határciklus mentesek legyenek. A DSP algoritmusok stabilitására garanciát jelent, ha a tervezésénél és a megvalósításánál a hullámdigitális jelfeldolgozás [1][3] elveit hívjuk segítségül.

Robot's loopback controlled circuits, realised by digital circuits [2]. The measured datas from the sensors arrive as a digital stream to synshronous digital control circuit and the results of controlling signals are calculated to digital numbers. The sensor's datas must be filtered before the controlling signal's calculation. The stability of these digital filters is very important. These DSP algorithms are limit-cycle-free and stable, if we using the wave digital filtering desig methods [1][3].

Kulcsszavak: *digitális jelfeldolgozás, stabilitás, passzivitás ~ DSP, stability, passivity*

BEVEZETÉS

A félautonóm, vagy autonóm működésre képes robotok összetett fedélzeti elektronikákkal rendelkeznek, melyek alapját egy vagy több digitális számítógép jelenti. A newtoni fizikai modellel leírt környezetben működő robotikai eszközök „analóg” környezetben hajtják végre küldetésüket. Arról a világról, melyben működnek, bizonyos időközönként pillanatfelvételt készítenek, vagyis bizonyos fizikai paramétereiből mintát vesznek. A pillanatfelvételekből, mint az időtartományban rögzített regisztrátumokból a vezérlő számítógépek memóriájában egy virtuális teret képeznek le.



1. ábra. DSP algoritmusok helye egy robotban

A mérési adatokat szenzorok szolgáltatják, melyek mérési eredményeit digitális számokkal írjuk le. A zajok és zavarok kiejtését szűréssel, adatfüzióval, hihetőség vizsgálatokkal oldhatjuk meg. Célunk az, hogy a szenzorokból nyert adatok alapján minél pontosabban képezzük le a valóságot a robotunk memóriájába, egy virtuális térbe. A pontos leképzés alapján - a küldetési feladatnak megfelelően - a döntések sorozata eredményeképp vezéreljük a beavatkozó szerveket.

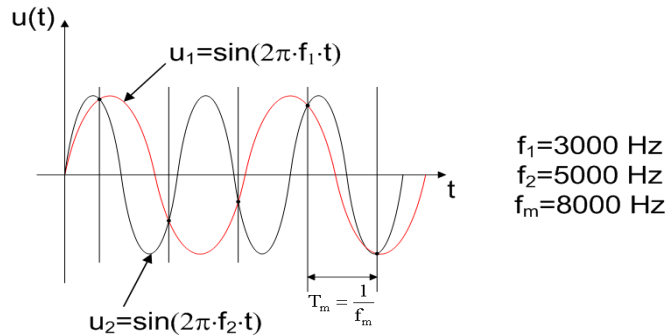
DIGITÁLIS JELFELDOLGOZÓ ALGORITMUSOK TERVEZÉS SÍKJAI

Az analóg áramkörök szintézisét általában a komplex frekvencia tartományában végezzük, ugyanis az áramkör saját válaszában (Dirac-delta gerjesztésre adott súlyfüggvény válasz) a konvolúciója az aktuális bemenő jellel adja a kimenő jelet. A komplex frekvencia tartományban a konvolúció szorzássá egyszerűsödik, vagyis az átviteli függvény (ami a súlyfüggvény komplex frekvencia síkra transzformált) és a bemenő jel spektrum szorzata adja a kimenő jel spektrumot.

Diszkrét idejű megoldásoknál egy másodperc alatt a mintavételi frekvenciának megfelelő számú mérési adat, úgynevezett „minta” áll rendelkezésünkre. A minták közti időtartományokban semmi információnk nincs azokról a fizikai eseményekről (időben folytonos jelekről), melyekből a mintákat vettük. A minták közti eseményekre abban az esetben következtethetünk, ha ismerjük a megfigyelt esemény változásának „gyorsaságát”, vagyis az eseményt leíró analóg jelben előforduló legmagasabb frekvenciájú harmonikus komponens frekvenciáját. A harmonikus komponensek megismeréséhez az időtartományban leíró, még az időben folytonos analóg jel spektrum analízisét kell elvégeznünk. A legmagasabb frekvenciájú harmonikus komponens frekvenciájának (f_{max}) megfelelően kiválaszthatjuk a rendszerünk mintavételi frekvenciáját¹.

¹ Shannon mintavételi tétel értelmében $f_m \geq 2 \cdot f_{max}$

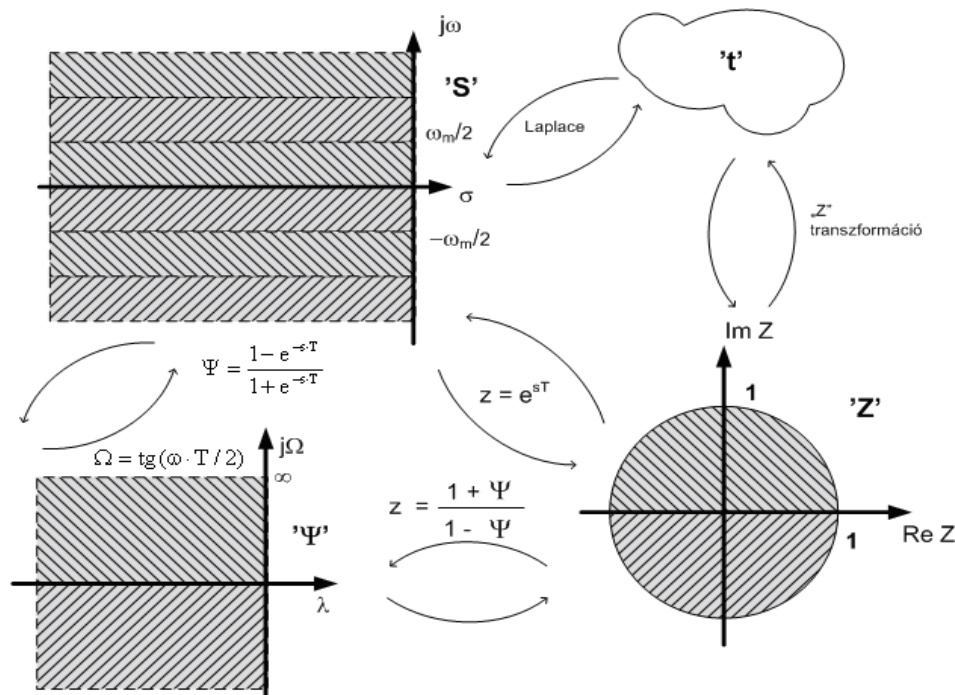
A mintavételezés a komplex frekvencia sík sávos periodicitását okozza. Ezt könnyen beláthatjuk, ha figyelembe vesszük azt, hogy a mintavételi időpontokban kapott mérések, és az azokból származó mérési sorozatok végtelen sok analóg jeltől előállíthatók. A lenti ábra azt szemlélteti, hogy egy 3 kHz harmonikus jeltől vett minták (8 kHz mintavétel esetén 125 μ s mintavételi időközről beszélünk) előállíthatók egy 5 kHz harmonikus jeltől is nyerhetők.



2. ábra. Ugyanazon mérési sorozat előállítása két különböző jeltől

A fenti ábrán látható 5 kHz frekvenciájú harmonikus jel megsérti a Shannon mintavételi tételt és így spektrum átlapolódást okoz. Hasonló eredménnyel találkozánk, ha 11 kHz, 13 kHz stb. harmonikus jelekből vennénk ugyanígy mintát.

A mintavételezés hatására periodikussá vált „s” komplex frekvencia sík a klasszikus hálózat tervezés módszereinek használatát is lehetetlenné teszi, ezért bevezetünk egy új, frekvencia jellegű síkot („ Ψ ” komplex változóval jelöljük). Az alábbi ábra összefoglalást ad a tervezés során használt síkokról, jelölésekről és fontosabb transzformációkról.



3. ábra. DSP algoritmusok tervezésénél felhasznált síkok és transzformációk

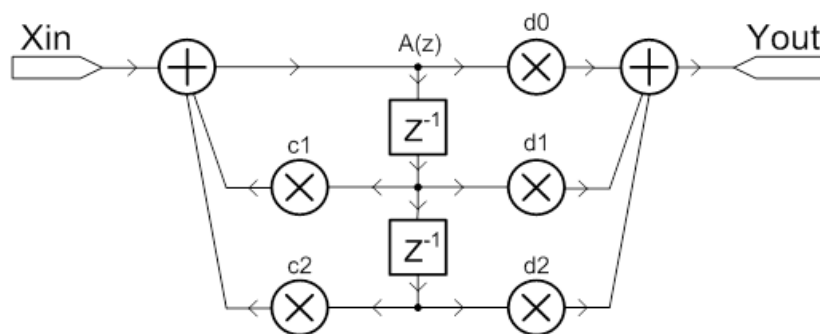
A Ψ komplex változó ($\Psi=\lambda+j\Omega$) fizikai dimenziótól mentes síkot hoz létre, ami az „s” sík $0 \dots \omega_m/2$, valamint a $0 \dots -\omega_m/2$ sávját képezi le a „ Ψ ” síkra, úgy, hogy a mintavételi frekvencia felének megfelelő pontot ($2 \cdot \pi \cdot f_m = \omega_m$) a végtelenbe tolja. A transzformáció origó tartó („s” sík origóját a „ Ψ ” origójába transzformálja) és tengely tartó is, ami azt jelenti, hogy a $j\omega$ tengelyt a $j\Omega$ tengelybe viszi. Kvázistacionárius esetben a transzformációt a két képzetes tengely között ($j\omega$ és $j\Omega$) fogalmazzuk meg, amit tangens transzformációnak nevezünk, lásd 3. ábra.

A „z” síkot magát a diszkrét Laplace (vagyis a „Z”) transzformáció teremtette, ami valójában egy formális helyettesítéssel is létrehozható a periodikussá vált „s” síkból. Mindezek alapján a „Ψ” és „z” sík között is definiálhatunk átjárást, amit a Bilineáris transzformáció biztosít:

$$z = \frac{1 + \psi}{1 - \psi}$$

DIREKT JELFELDOLGOZÓ STRUKTÚRÁK

A direkt, digitális jelfeldolgozó struktúrák tervezése többnyire matematikai alapokon nyugszik, és átviteli függvények transzformálásából áll. A legismertebb és talán legközkedveltebb struktúra az IIR², mely átviteli függvénye ponom/polinom alakú. A számláló és a nevező fokszáma megegyezik a struktúra fokszámával.



4. ábra. Másodfokú IIR struktúra jelfolyam diagramja a „z” síkon

A fenti struktúra átviteli függvény „N”-ed fokú esetben:

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^N d_n \cdot z^{-n}}{1 - \sum_{n=1}^N c_n \cdot z^{-n}}$$

Az átviteli függvény pólusokat és zérusokat is képes megvalósítani, ezért viszonylag kis fokszámmal erős követelmények valósíthatók meg.

A pólusok a visszacsatolásból erednek és stabilitási veszélyeket rejtenek. Amikor a visszacsatolásokat elhagyjuk, egy másik fontos direkt struktúrához jutunk, amit FIR-nek nevezünk és ez struktúrájából eredően stabil. Természetesen a FIR átviteli függvénye csakis zérusokat tud megvalósítani, így egy követelmény kielégítéséhez az IIR-hez képest viszonylag magas fokszám szükséges.

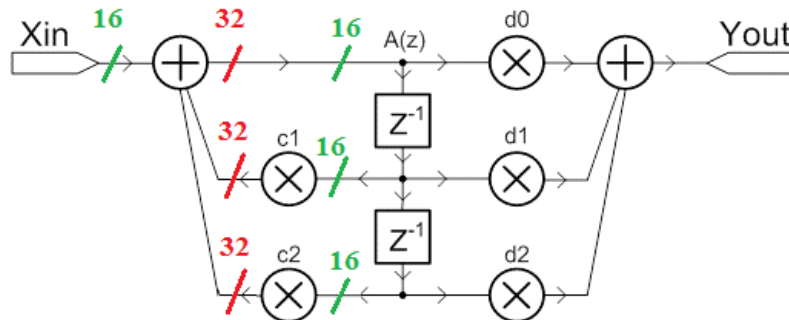
Most térjünk vissza a visszacsatolás problémára. A következő programrészlet az 5. ábra visszacsatolt részét valósítja meg:

```

MOV #c1,W7
MPY W5*W7,A
MOV #c2,W7
MAC W6*W7,A
ADD W0,A
SAC A,W4

```

A visszacsatoló ág, összegző csomópont kimenete az „A” akkumulátorban keletkezik. A 16 biten ábrázolt számok összeszorozását követően az eredmény 32 bitesre duzzad. A visszacsatolás miatt a kvantálás megkerülhetetlen (utolsó assembly sor valósítja meg az A-ból a W4 munkaregiszterbe tárolással). A kvantálás természetesen kvantálási hibát, így zajt okoz a rendszerben, de talán ez a kisebbik gond.



5. ábra. Visszacsatoló ág megvalósítását és ennek megfelelő számábrázolás szemléltetése 16 bites fix pontos előjeles tört (1.15) aritmetika esetén

A kvantálás nemlineáris hatásként jelentkezik, ami a minta értékét megváltoztatja, és a visszacsatoló kör instabilitását (oscilláció, határciklus jelenség) eredményezheti. Az ilyen jellegű instabilitási problémák kiküszöbölésére nincs hatékony recept. A visszacsatoló körben, ha az negatív jellegű visszacsatolást jelent, akkor a jel energia csökkenés lazítja azt, és így a rendszert instabil irányba viszi. Ellenkező esetben, pozitív visszacsatolás esetén pedig a jel energia növekedés okozhat problémát.

HULLÁMDIGITÁLIS JELFELDOLGOZÓ STRUKTÚRÁK

A hullámdigitális jelfeldolgozás a nevét a referencia hálózat feszültség hullámokkal történő leírása miatt kapta. Az alap gondolat az, hogyha egy áramkört passzív építőelemekből valósítunk meg, az biztos, hogy passzív is marad. A passzív áramkör gerjedésre nem képes, hiszen egy passzív áramköri elemből maximum annyi energia nyerhető ki, mint amennyit előzőleg oda betápláltunk. Veszteség mentes esetben a visszanyerhető energia pontosan megegyezik az előzőleg betáplált energiával.

A hullámdigitális jelfeldolgozás esetén, a klasszikus hálózat szintézis módszereivel passzív referencia áramkört tervezünk a „ Ψ ” síkon, majd ezt transzformáljuk át a „ z ” síkra és kapjuk a DSP jelfolyam diagramot. A hullámdigitális tervezési módszer fontosabb lépései:

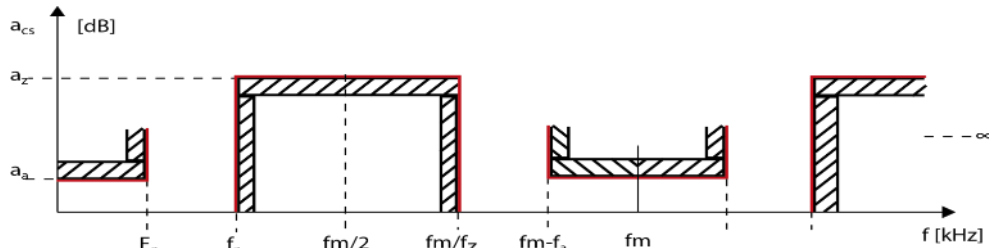
- Követelmény megadás az „ s ” sík $j\omega$ tengelyén;
- Mintavételi frekvencia választás;
- Követelmény transzformálás a „ ψ ” síkra;
- A „ ψ ” síkon passzív L-C szűrő tervezés (referenciaszűrő);
- Építőelemek, összekötő hálózatrészek szeparálása, kapunkénti csatolása;
- Referencia szűrő transzformálás a „ z ” síkra (DSP jelfolyam diagram).

A megvalósításnál csak arra kell figyelni, hogy a passzivitást minden egyes lépésben örökössük át. A nemlineáris hatások most is a szorzás műveletek elvégzését követően

jelentkeznek, mely után szükségszerűen kvantálnunk kell. A passzivitást nem rontja el, ha a kvantálásnál abszolút érték csonkolást használunk, vagyis minden nemlineáris hatás esetén a jel energiáját csökkentjük.

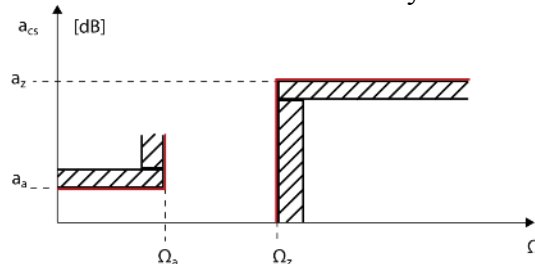
A következőkben egy hullámdigitális szűrőtervezés fontosabb lépéseit fogjuk áttekinteni.

A követelményt, és annak a mintavételi frekvencia választást követően periodikussá válását a következő ábra szemlélteti:



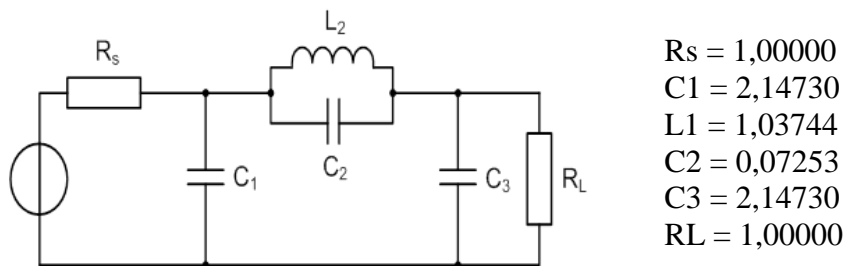
6. ábra. Aluláteresztő szűrő követelmény az „s” sík $j\omega$ tengelyén ($2 \cdot \pi \cdot f = \omega$), ami a mintavételezés hatására periodikus lett

A „ Ψ ” síkra transzformálással a periodicitást kiküszöböljük, az „s” sík $f_m/2$ pontját a végtelenbe toljuk. A tangens transzformáció a fizikai dimenzióktól is megszabadít minket, így a „ Ψ ” síkon kizárólag fizikai dimenzióktól mentes viszonyszámokkal kell dolgoznunk.



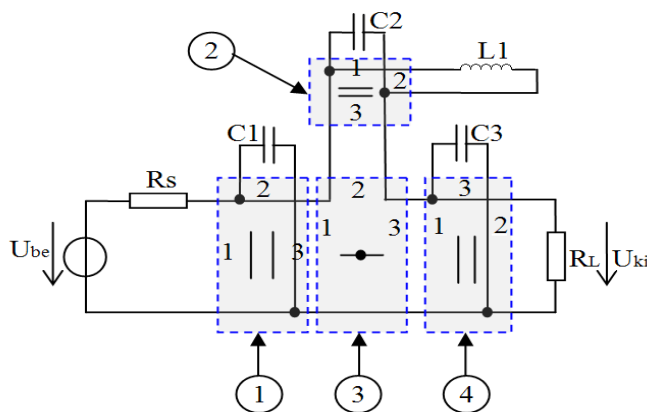
7. ábra. A „ Ψ ” síkra transzformált követelmény – periodicitás kiküszöbölése

A „ Ψ ” síkon a követelményt a klasszikus hálózatszintézis módszereivel tudjuk kielégíteni, vagyis analóg passzív áramkört tudunk tervezni. Egy ilyen konkrét áramkört mutat a következő ábra, mely egy analóg szűrőkatalógus segítségével tervezhető.



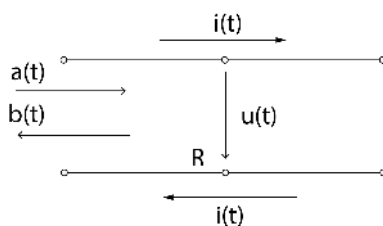
8. ábra. Negyedfokú létra referencia áramkör a „ Ψ ” síkon

A referencia áramkört át kell rajzolnunk úgy, hogy az építő elemek egymással kapunként csatoltak legyenek. Az áramkörön már kiemeltük az összekapcsoló hálózatrészeket, ahol az 1, a 2 és a 4-es számmal jelölt áramkörti részlet párhuzamos összekapcsolást biztosít három kapu között, míg a 3-as számmal jelölt, soros összekapcsolást valósít meg.



9. ábra. Átrajzolt referencia áramkör

Az egyes építőelemek „z” síkra transzformálásához a kapu fogalmát és a kapun áthaladó feszültség hullámokat kell definiálnunk.



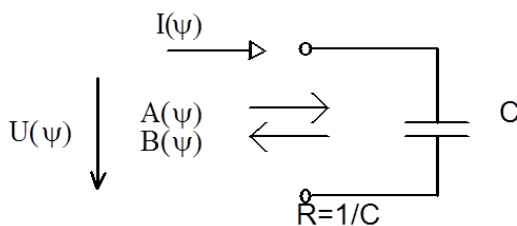
10. ábra. „R” kapuellenállással jellemzett kapu és a rajta áthaladó „a” haladó és „b” reflektált feszültség hullám

A haladó és a reflektált hullámok a kapun az időtartományban a következő alakban adhatók meg:

$$a(t) = u(t) + i(t) \cdot R$$

$$b(t) = u(t) - i(t) \cdot R$$

Természetesen az időtartományban definiált feszültség hullámok a „Ψ” és „z” síkon is megadhatók. Most már minden eszközünk megvan ahhoz, hogy az építőelemek „z” síkra transzformálását megtegyük. Először a kondenzátor építőelem viselkedését vizsgáljuk meg.



11. ábra. A „C” kondenzátor, mint egykapu építő elem a „Ψ” síkon

A kondenzátoron a feszültség és az áram kapcsolata:

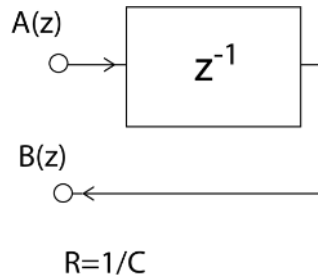
$$U(\psi) = I(\psi) \cdot \frac{1}{\psi \cdot C}$$

Írjuk most le a fenti összefüggést feszültség hullámokkal!

$$\frac{A(\psi) + B(\psi)}{2} = \frac{A(\psi) - B(\psi)}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{\psi \cdot C}$$

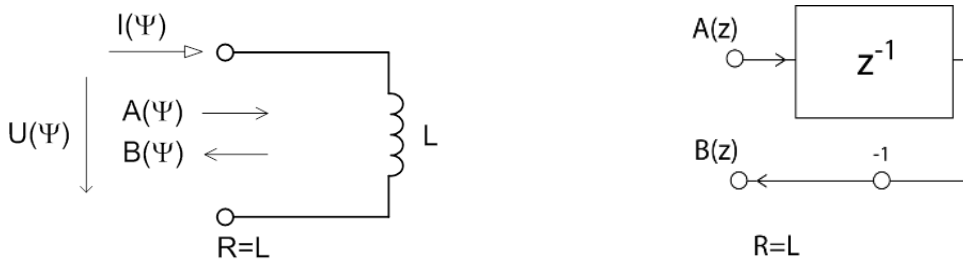
Az egyszerűsítések, majd átrendezést követően transzformáljuk át az összefüggést a „z” síkra a bilineáris transzformáció segítségével! Fontos megjegyeznünk, hogy kapuellenállásnak a „C” kondenzátor érték, mint viszonyszám reciprokát választottuk kapuellenállás értéknek!

A kapott eredmény azt mutatja, hogy a „z” síkon az $R=1/C$ kapuellenállás feltétel mellett a reflektált hullám a „C” építőelemen megegyezik a beeső hullám osztva a „z” komplex változóval:



12. ábra. A „C” kondenzátor, mint egykapu építő elem a „z” síkon

Az „L” induktivitás építőelem transzformálása esetében is az előző utat kell bejárnunk, mely végeredménye a következő lesz:

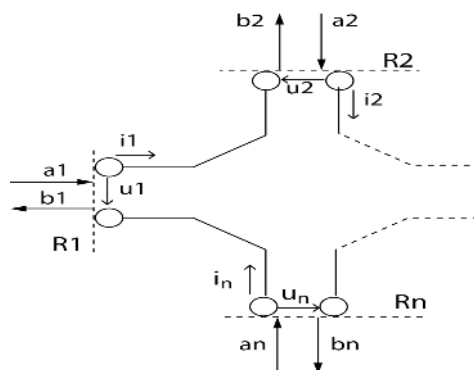


13. ábra. Az „L” induktivitás, mint egykapu építő elem a „Ψ” és a „z” síkon

Az induktivitás építőelem transzformálásánál is kihasználhattuk a „Ψ” sík fizikai dimenzió mentességét, és kapuellenállás számértéknek az induktivitás számértékét választottuk. E kapufeltétel mellett a reflektált hullám az „L” építőelemen a beeső hullám mínusz egyszeresét osztani kell a „z” komplex változóval.

A „z” síkon a „z”-vel osztás ($z-1$ -el szorzás) az időtartományban „T” késleltetést jelent, ahol a „T” a mintavételi időközt jelenti, melynek reciproka a mintavételi frekvencia (lásd 3. ábrát).

Az összekötő hálózatrészek meghatározását is az előző eljárásoknak megfelelő módon végezhetjük el. Kiindulásképp a Kirchoff egyenleteket írjuk fel. Soros összekapcsolás esetén az egyes kapukon a feszültségek előjeles összege nullát ad, míg a kapukon átfolyó áramok egymással megegyeznek.



14. ábra. A soros összekapcsolást biztosító hálózatrész modellje

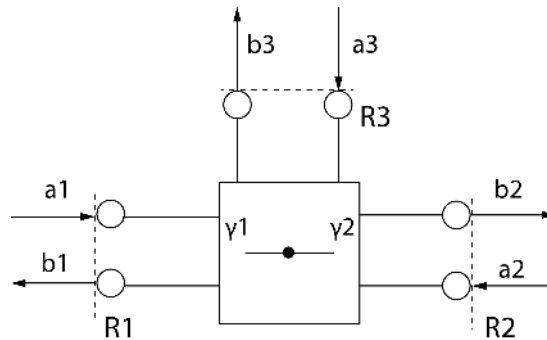
A feszültség hullámokkal történő leírást követően a „v”-edik kapun a reflektált hullám a következő lesz:

$$b_v = a_v - \gamma_v \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

A fenti összefüggésben a „ γ ” paraméter az egyes kapukhoz tartozó reflexiós paramétert jelenti, amit kifejezhetünk az összekapcsoló hálózatrész egyes kapuihoz tartozó kapuellenállás paraméterekkel:

$$\gamma_v = \frac{2 \cdot R_v}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$

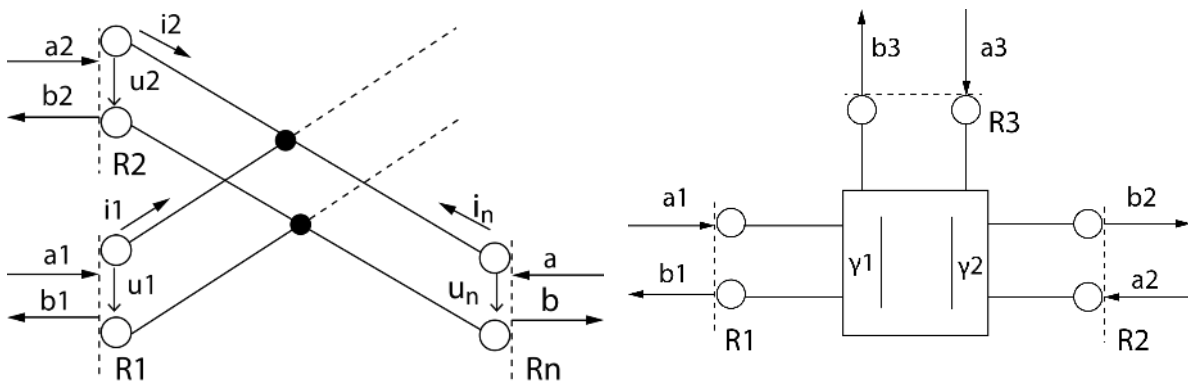
A fenti összefüggések segítségével a „ z ” síkon egy memória-, és veszteség mentes jelfolyam diagram alakítható ki, melyet soros adattornak nevezünk.



15. ábra. A soros háromkapu adaptor jelölése a DSP jelfolyamdiagramban

A fenti adaptor esetén csak a γ_1 és γ_2 paramétert tüntettük fel. Ennek az az oka, mert jelen esetben a 3-as kapu, úgynevezett alárendelt kapu, vagyis $\gamma_3 = 2 - \gamma_1 - \gamma_2$, tehát a harmadik kapu reflexiós tényezője a másik két kapu reflexiós tényezőjétől függő paraméter. Ezt könnyen beláthatjuk, ha egy adaptor esetében összegezzük az összes reflexiós tényezőt (lásd kapuellenállásokkal kifejezett formula), az eredmény minden esetben kettő lesz.

Párhuzamos adaptor származtatása is a soros adattoréhoz hasonló módon történik:



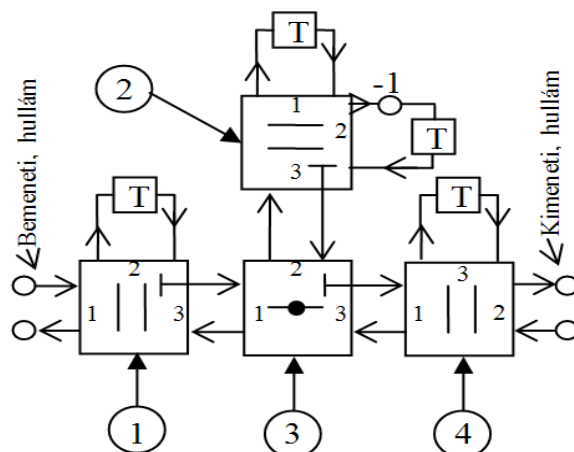
16. ábra. A párhuzamos adaptor származtatása

A reflektált hullámokat és a reflexiós tényezőket a következő összefüggések adják:

$$b_v = (\gamma_1 \cdot a_1 + \gamma_2 \cdot a_2 + \dots + \gamma_n \cdot a_n) - a_v$$

$$\gamma_v = \frac{2 \cdot G_v}{\sum_{k=1}^n G_k}$$

Az építőelemek ismeretében elkezdhetjük kialakítani a DSP jelfolyam diagramot a referencia áramkör alapján. Ehhez az átrajzolt referencia áramköri rajz ad nagy segítséget (lásd 9. ábra).



17. ábra. Hullámdigitális jelfeldolgozó algoritmus az időtartományban

A fenti ábrán a kapacitások és az induktivitások helyett „T” tárolókat, illetve „T” és egy mínusz eggyel szorzást rajzoltunk. Az összekapcsoló hálózatrészeket adaptorokkal váltottuk ki, ahol a beeső hullámokból kell kiszámítanunk az egyes kapukon reflektálódó hullámokat. A reflektált hullámok számításához szükséges az egyes kapukhoz tartozó reflexiós paraméterek ismerete is. A reflexiós paraméterek, mint azt előzőleg láttuk, kiszámíthatók a kapuellenállások, illetve a kapuvezetés paraméterek ismeretében.

Fontos szabály, hogy csak olyan kapuk kapcsolhatók egymáshoz, melyeknél teljesül az illesztés feltétele, vagyis a kapuellenállás számértéküknek azonosnak kell lenni.

A DSP algoritmusunk tervezése tehát akkor mondható késznek, ha az összes reflexiós paraméter meghatározása megtörtént.

Az ismert kapuellenállásokat a következő táblázat foglalja össze:

	1-es kapu	2-es kapu	3-as kapu
1-es adaptor	$R_{11} = 1$	$R_{12} = 1/2,1473$	
2-es adaptor	$R_{21} = 1/0,07253$	$R_{22} = 1,03744$	
3-as adaptor			
4-es adaptor		$R_{42} = 1$	$R_{43} = 1/2,1473$

1. táblázat. Ismert kapuellenállás értékek a referencia áramkör adatai alapján

A további kapuellenállások az előzőleg ismertetett reflexiós tényezőkre vonatkozó szabályok alapján meghatározhatók. Fontos itt megemlíteni, hogy a megvalósíthatóság miatt két adaptor kapu csakis akkor kapcsolható össze, ha az egyik adaptor kapuja reflexiómentes. Ellenkező esetben késleltetés mentes hurok keletkezik, ami szinkron szekvenciális digitális áramkörrel nem valósítható meg.

A kiszámított, összes kapuellenállás paramétert a következő táblázat tartalmazza:

	1-es kapu	2-es kapu	3-as kapu
1-es adaptor	$R_{11} = 1$	$R_{12} = 1/2,1473$	$1/3,1473$
2-es adaptor	$R_{21} = 1/0,07253$	$R_{22} = 1,03744$	$1/1,03644$
3-as adaptor	$1/3,1473$	$1/1,03644$	$1,28164$
4-es adaptor	$1,28164$	$R_{42} = 1$	$R_{43} = 1/2,1473$

2. táblázat. DSP algoritmus kapuellenállás értékei

A fenti adatokból az egyes kapukhoz tartozó reflexiós paraméterek számíthatók ki, így a reflektált hullámok is meghatározhatók az adaptoroknál leírt összefüggésekkel. Az adaptorok számos, egymással lineáris ekvivalens megoldással alakíthatók ki, melyek nemlineáris körülmények között különböző kivezérelhetőséget jelentenek. Az optimális struktúra megkeresését a jelfeldolgozó algoritmus skálázásának nevezzük.

ÖSSZEGZÉS

Egy robotban a DSP algoritmusok stabil, gerjedés mentes és megbízható működése alapkövetelmény. A passzív áramkörök nem gerjedékenyek, és használatukkal teljesül a nulla bemenő jel stabilitás. Passzív áramkörökből kialakított DSP algoritmusok a passzív áramkörök tulajdonságaival rendelkeznek, és számos kiforrott, az analóg áramköri tervezésben használt szintézis áll a rendelkezésünkre.

A DSP algoritmus hullámdigitális tervezési módszere esetén az algoritmus megvalósításánál a passzivitás egyszerűen megtartható [3].

Felhasznált irodalom

- [1] A. Fettweis: "Wave Digital Filters: Theory and Practice" Proceedings of IEEE Vol. 74 No February 1986
- [2] A. Fettweis: Digital Circuits and systems, IEEE vol.cas-32, No1, January 1984
- [3] A. Fettweis K.Merkötter: Suppression of Parasitic Oscillations in Wave Digital Filters, IEEE vol.cas-22, No3, March 1975