

VIII. Évfolyam 2. szám - 2013. június

Szabolcsi Róbert
szabolcsi.robort@uni-nke.hu

LÉGIJÁRMŰVEK AEROELASZTIKUS LENGÉSEI

Absztrakt

A modern légi járművekre tipikusan jellemző a karcsú szárny, a karcsú törzs, az új anyagok alkalmazása a gyártásban (pl. kompozitok). Az új, instabil aerodinamikai elrendezések szinte kivétel nélkül, a légi jármű elasztikus mozgását is jelentik, mert a dinamikus stabilitást biztosító aktív repülésszabályozó rendszer kis amplitúdójú, nagyfrekvenciás impulzusokkal csillapítja az elasztikus lengéseket. A repülőgépek, a helikopterek, legyenek azok akár ember által irányítottak, vagy pilóta nélküliek, rendszerint oly mértékben elasztikusak, hogy a jelenséget magát már nem lehet kis pontatlanságok mellett elhanyagolni. A szerző célja összefoglalni néhány tipikus aeroelasztikus viselkedésű rendszer lengéstanára vonatkozó elméleti-, és gyakorlati ismereteket.

The modern aircraft have thin fuselage and thin wing, as a new trend to minimize weight of the aircraft. There are many new aerodynamic solutions resulting in static instability, and in elastic motion due to high frequency-low amplitude angular deflections of the auxiliary control surfaces damping elastic oscillations. Modern aircraft and theirs elements (i.e. rotor blades) are highly elastic ones, consequently theirs aeroelastic feature can not be eliminated with few parameter uncertainties. The aim of the author is to present mathematical models of the elastic mechanical systems used in aviation.

Kulcsszavak: *mechanikai lengő rendszerek, rakéta törzs rugalmas deformációja, rotorlapátok deformációja, rugalmas repülőgép állapotterés modellje.*

1. BEVEZETÉS

A légi járművek térbeli repülési dinamikus modelljeinek levezetése során a légi járművet általában anyagi pontnak tekintjük. Könnyű belátni, hogy ez az approximáció csak nagyon komoly fizikai jelenségek, mint például az aeroelasztikus lengések elhanyagolásával ad, erősen korlátozottan használható eredményeket. Számos légi jármű, vagy azok valamely eleme szerkezeti kialakításánál fogva, a rá ható erők, nyomatékok hatására deformálódik, elasztikus mozgást is végez. A cikkben a szerző három példát mutat be az aeroelasztikus lengés modellezésére.

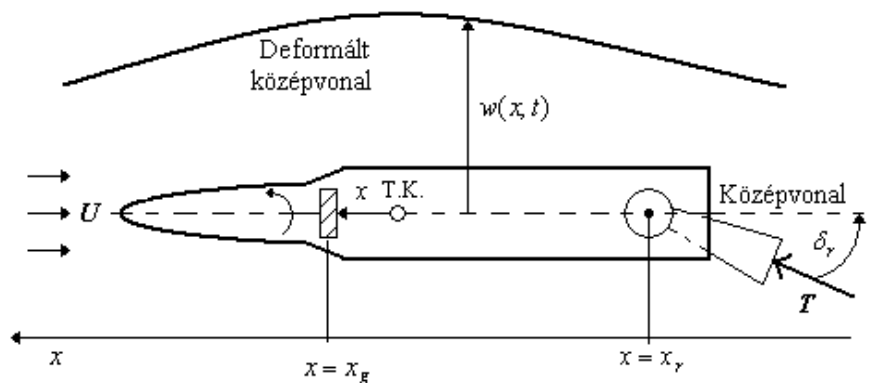
Az első vizsgált légi jármű legyen egy hipotetikus A/A^1 osztályú, tolóerő-vektor segítségével irányított rakéta, amely törzs-deformációjára írunk fel matematikai modellt. A második vizsgált rendszer egy rotorlapát, amely forgása során összetett mozgásban vesz részt, azon nagy értékű felhajtóerő ébred. A cikk következő fejezete a több bemenetű, több kimenetű légi járművek aeroelasztikus mozgásának állapotterezes matematikai modelljét állítja fel analízis, illetve előzetes tervezés céljából.

2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A légi járművek törzs-, és szárnyának elasztikus mozgását a [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12] irodalmak mutatják be. Mechanikai lengő rendszerek matematikai leírásával, a flutter jelenség leírásával az [5] irodalom foglalkozik behatóan, amely iskolateremtő értékkel bír. A szerző cikkében elasztikus repülőgép szabályozójának LQR módszerrel történő tervezését mutatja be [11]. Az aeroelasztikus repülőgépek érzékelőinek kimeneti jele szűrésére alkalmas sávszűrőt tervezett a szerző, amely az első és a második felharmonikus zavaró jeleinek szűrését teszi lehetővé [13].

3. RAKÉTA TÖRZSÉNEK AEROELASZTIKUS MOZGÁSEGYENLETEI

Tekintettel a rakéták szerkezeti sajátosságaira, azok karcsú, a hosszukhoz képest vékony törzsére, elmondhatjuk, hogy úgy az irányított, mint a nemirányított rakéták a nagy repülési sebesség, magasság, a nagy manőverező képességük, valamint a tömegük lényeges mértékű változása miatt repülés közben számottevő erők, és nyomatékok hatnak, aminek eredményeképpen a törzs lényeges mértékű deformációt szenved. A vizsgált rakéta mechanikai modellje legyen egyszabadságfokú. A rakéta orsózó szögének stabilizálását kardán (csuklás) bekötésű, szilárd hajtóanyagú rakétahajtómű biztosítja, amelyet vizsgáljunk meg az 1. ábrán [4, 12].



1. ábra. Rakéta törzsének egyszabadságfokú deformációja [12].

¹ Air-to-Air: A/A

A rakétahajtómű T tolóereje δ_r szöget zár be a merev rakétatörzs középvonalával. A δ_r szög, és a szögsebesség érzékelő beépítésének $x = x_g$ koordinátájú helyén a középvonal, és a deformált középvonal által bezárt θ_g szög között az alábbi egyenlet teremt kapcsolatot:

$$\delta_r = A\{\theta_g\}, \quad (3.1)$$

ahol $A(t)$ nemautonóm rendszer-operátor, amelynek Laplace-transzformáltja általában két véges s -polinom hányadosaként, más szóval, racionális törtfüggvényként írható fel. Feltesszük, hogy a rakéta hajtóműhöz kapcsolt valamennyi mechanikai szerkezet végtelen merevséggel rendelkezik, valamint a δ_r szögsebességhez kapcsolódó tehetetlenségi erők zérusértékűek. Mindezek alapján, a rakéta törzs egy végtelenül kicsi szegmensének a középvonaltól mért egyenes vonalú eltérését az alábbi összefüggés szerint számíthatjuk [4]:

$$w(x, t) = w_M(t) + \theta_M(t)x + \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x)q_i(t). \quad (3.2)$$

A (3.2) egyenlet alapján könnyű belátni, hogy bármely törzs szegmens függőleges tengely mentén mért egyenes vonalú kitérése a merev (M), és az elasztikus rakéta törzs mozgásainak szuperpozíciójából adódik [4, 12].

A rakéta törzsére ható külső erőrendszer az $L(x, t)$ aerodinamikai erőből, valamint a T hajtómű propulziós erejéből áll. Kis értékű szögek esetén igaz, hogy

$$T\left[\delta_r + \frac{\partial w(x_r, t)}{\partial x}\right] = T\left[A\{\theta_g(t)\} + \theta_R(t) + \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \frac{d\phi_i(x_r)}{dx}\right]. \quad (3.3)$$

A (3.1)–(3.3) egyenletekből kapjuk, hogy:

$$\theta_g(t) = \theta_R(t) + \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \frac{d\phi_i(x_g)}{dx}. \quad (3.4)$$

A rakéta mozgásegyenletei tehát az alábbiak lesznek:

a) oldalirányú egyenes vonalú mozgás egyenlete

$$M \ddot{w}_M = T\left[\delta_r + \frac{\partial w(x_r, t)}{\partial x}\right] + \int_{\text{törzs}} L(x, t) dx. \quad (3.5)$$

b) hosszirányú, bólintó mozgás egyenlete

$$I \ddot{\theta}_M = x_r T\left[\delta_r + \frac{\partial w(x_r, t)}{\partial x}\right] + \int_{\text{törzs}} x L(x, t) dx. \quad (3.6)$$

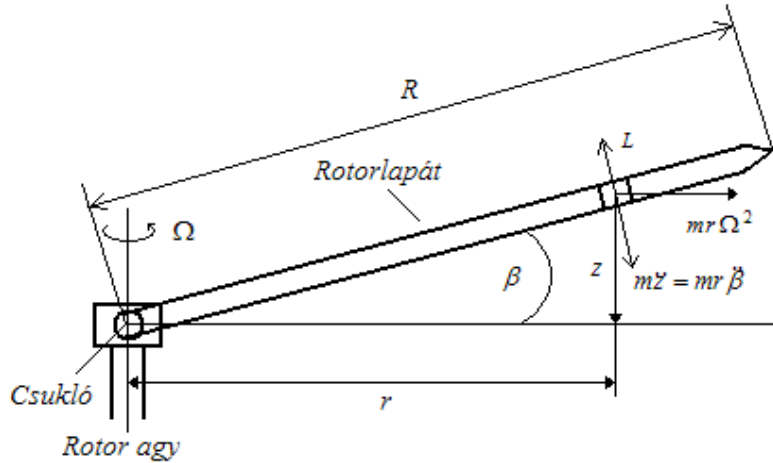
c) aeroelasztikus mozgás egyenlete

$$M_i \ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 M_i q_i = \Xi(t) \equiv \phi_i(x_r) T\left[\delta_r + \frac{\partial w(x_r, t)}{\partial x}\right] + \int_{\text{törzs}} \phi_i(x) L(x, t) dx. \quad (3.7)$$

Az $L(x, t)$ elosztott aerodinamikai terhelés magába foglalja a rakéta törzs lehetséges szabadságfokaiból adódó terheléseket, valamint a légköri turbulenciára visszavezethető terheléseket is. Az A nemautonóm, lineáris rendszer-operátor számítására kényelmes a Laplace-transzformáció alkalmazása. Eme operátor matematikai modelljét úgy kell megválasztani, hogy a rakéta szabályozási rendszere eleget tegyen az irányítástechnikai minőségi követelményeknek. Az operátort a Nyquist-görbe, vagy a gyök-helygörbe módszer segítségével szokás megállapítani [4, 12].

4. HELIKOPTEREK ÉS MULTIROTOROS LÉGIJÁRMŰVEK ROTORLAPÁTJAINAK AEROELASZTIKUS LENGÉSEI

Mielőtt megvizsgálánk a rotorlapát rugalmas deformációját, röviden tekintsük át a merev rotorlapát dinamikus viselkedését. Ismeretes, hogy a helikopterek irányítására, a kormányzásához szükséges erők és nyomatékok létrehozására forgószárny lapátokat alkalmaznak. A forgószárny lapát rendszer bonyolult felépítésű, és az egyes lapátok a rotoragyhoz csuklók segítségével csatlakoznak. További vizsgálatainkhoz tekintsük a 2. ábrát [2, 3, 6, 7, 8, 9, 10].



2. ábra. A csuklopánt bekötésű merev rotorlapát egyszerűsített vázlatja [12].

A forgószárny lapátok több szabadságfokú mozgásából most csak a rotorlapát csapkodó mozgásával foglalkozunk, az általunk vizsgált mechanikai rendszer tehát egyszabadságfokú. A 2. ábra alapján könnyen belátható, hogy a rotorlapát forgási síkjából mért z egyenes vonalú kitérés – kis értékű szögek esetén – az alábbi egyenletnek megfelelően számítható:

$$z = r\beta. \quad (4.1)$$

A 2. ábrán is jelölt elemi tömeg csapkodó mozgására az alábbi egyenlet írható fel:

$$\int_0^R mr\ddot{\beta}dr + \int_0^R m\Omega^2 r(r\beta)dr - \int_0^R F_z r dr, \quad (4.2)$$

vagy más alakban:

$$\int_0^R mr^2 (\ddot{\beta} + \beta \Omega^2) dr = \int_0^R F_z r dr. \quad (4.3)$$

Feltesszük, hogy a rotorlapát J_R tehetetlenségi nyomatéka a következő egyenlet szerint számítható:

$$J_R = \int_0^R mr^2 dr. \quad (4.4)$$

A rotorlapát (4.3) mozgásegyenlete – a (4.4) egyenletet figyelembe véve – a következő módon írható fel:

$$\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta = \frac{1}{J_R} \int_0^R F_z r dr. \quad (4.5)$$

Vezessük be a

$$\bar{\Omega} = \Omega t \quad (4.6)$$

dimenzió nélküli forgási sebességet, valamint a

$$\gamma = \rho a c \frac{R^4}{J_B} \quad (4.7)$$

ún. Lock-állandót, ahol ρ a levegő sűrűsége, c a rotorlapát húrja, és végezetül, a a rotorlapát keresztmetszete. A rotorlapát (4.5) egyenlete – a (4.6) és a (4.7) egyenletek figyelembevételével – a következő egyszerű kifejezéssel adható meg:

$$\ddot{\beta} + \beta = \gamma M_F \quad (4.8)$$

A (4.8) egyenlet alapján elmondható, a rotorlapát mozgását másodrendű, csillapítatlan, inhomogén differenciál-egyenlet írja le. Ha az aerodinamikai erők természetes körfrekvenciája megegyezik a rotorlapátok forgási sebességével, akkor a rotorlapáton csapkodó rezonáns jelenség alakul ki. Bebizonyítható, hogy a csapkodó mozgás M_F nyomatékát a következő egyenlet adja meg [9, 12]:

$$M_F = M_{\delta_C} \delta_C + M_{\theta_M} \theta_M + M_\lambda \lambda + M_\beta \beta + M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} \quad (4.9)$$

ahol: δ_C a rotorlapátok hosszirányú ciklikus állásszög változása, θ_M a rugalmas rotorlapát matató szöge, λ a megfűvás szöge. Feltételezzük, hogy $\gamma = 1$, valamint a (4.9) egyenlet (4.8) mozgásegyenletbe történő behelyettesítésekor az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\ddot{\beta} - M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + (1 - M_\beta) \beta = M_{\delta_C} \delta_C + M_{\theta_M} \theta_M + M_\lambda \lambda \quad (4.10)$$

A helikopter függése során a (4.9) nyomaték az alábbi alakra redukálódik:

$$M_F = M_{\delta_C} \delta_C + M_\beta \beta + M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} \quad (4.11)$$

és a (4.10) mozgásegyenlet a következő egyszerű egyenlettel adható meg:

$$\ddot{\beta} - M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + (1 - M_\beta) \beta = M_{\delta_C} \delta_C \quad (4.12)$$

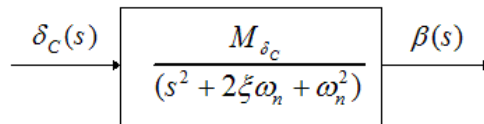
Zérusértékű kezdeti feltételek esetén határozzuk meg a (4.12) egyenlet Laplace-transzformáltját. Az alábbi operátoros egyenletet kapjuk:

$$(s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2) \beta(s) = M_{\delta_C} \delta_C(s) \quad (4.13)$$

ahol:

$$-M_{\dot{\beta}} = 2\xi\omega_n, \quad \omega_n^2 = 1 - M_\beta \quad (4.14)$$

A (4.13) egyenlet alapján a rotorlapát csapkodó mozgásának hatásvázlata már könnyen megrajzolható, és a 3. ábrán látható.



3. ábra. Rotorlapát mozgásának hatásvázlata [12]

A helikopter (4.12) egyenletét felhasználva írjuk fel az aeroelasztikus mozgás állapot-egyenletét az alábbiak szerint:

$$x_1 = \beta \quad (4.15)$$

$$x_2 = \dot{\beta} = \dot{x}_1 \quad (4.16)$$

A (4.16) egyenlet differenciálása után kapjuk, hogy

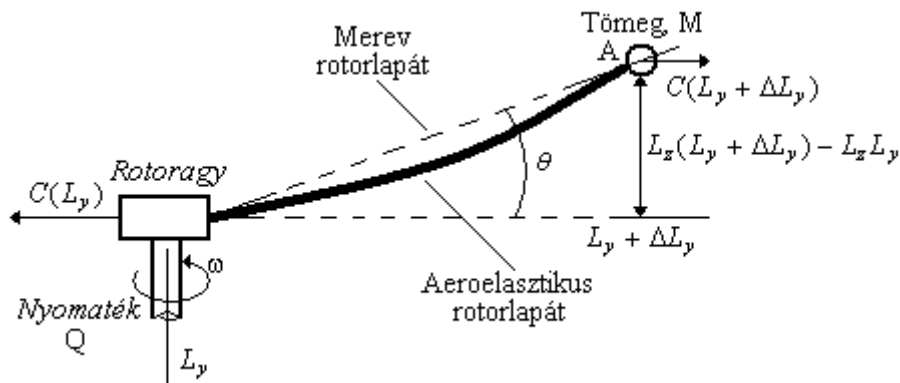
$$\dot{x}_2 = \ddot{\beta} = (M_\beta - 1)x_1 + M_{\dot{\beta}}x_2 + M_{\delta_c}\delta_c. \quad (4.17)$$

Végezetül, a helikopter rotorlapát mozgásának állapot–egyenlete – a (4.16) és a (4.17) egyenletek alapján – a következő egyenlettel adható meg [9, 12]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u = \begin{bmatrix} 0 & x_2 \\ (M_\beta - 1) & M_{\dot{\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_{\delta_c} \end{bmatrix} \delta_c. \quad (4.18)$$

Mint ahogyan ezt korábban említettük, e fejezetben csak a helikopter rotorlapát csapkodó mozgásának dinamikus modelljét vizsgáltuk. Megemlíteni szükséges, hogy a rotorlapátok összetett mozgásuk során – a csapkodó mozgás mellett – csavaró mozgást, valamint matató mozgást is végeznek: a rotorlapátok tehát háromszabadságfokú mozgásban vesznek részt.

A továbbiakban vizsgáljuk meg egy rotorlapát aeroelasztikus elhajlási deformációját, amelyhez tekintsük a 4. ábrát [9, 12].



4. ábra. Helikopter rotorlapát aeroelasztikus elhajlása [12].

A rotorlapát mozgásegyenletének felírása során feltételezzük, hogy a rotor, mint mechanikai rendszer ideális szálnak tekinthető, vagyis csak a hossztengety mentén vett kiterjedéssel foglalkozunk. A szál tömegeloszlása, a hajlító merevség, valamint a külső megoszló terhelés állandó értékű [2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12].

Ismeretes, hogy általános esetben a szál mozgásegyenlete az alábbi alakban írható fel [2, 3, 9, 12]:

$$EI(y) \frac{\partial^2 L_z}{\partial y^2} = M. \quad (4.19)$$

A (4.19) egyenletet a hely szerint kétszer deriválva a külső, megoszló terhelést kapjuk, vagyis a mi esetünkben igaz az alábbi egyenlet:

$$\left(\frac{\partial^4 EI(y)}{\partial y^4} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(C \frac{\partial^2 L_z}{\partial y^2} \right) = P_z L_z(y, t) - \rho \frac{\partial^2 L_z}{\partial t^2}. \quad (4.20)$$

A (4.20) egyenlet bal oldalának második tagja a C centrifugális erő nagyságának, és hatásvonalának megváltozására vezethető vissza. Határozzuk meg a C centrifugális erőnek az A pontra vett nyomatékát. A 4. ábra alapján egyszerű megfontolások után a következő egyenletet kapjuk:

$$\Delta M_c = C(L_y) [L_z(L_y + \Delta L_y) - L_z L_y]. \quad (4.21)$$

A (4.21) egyenletet osszuk el a ΔL_y kifejezéssel, majd végezzük el a $\Delta L_y \rightarrow 0$ határátmenetet. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial M_c}{\partial L_y} = C \frac{\partial L_z}{\partial L_y} \quad (4.22)$$

A rotorlapát lengésképét az alábbi egyenlettel közelítsük [7, 9, 12]:

$$z(y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(y) \psi_i(t) \quad (4.23)$$

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy a (4.23) egyenletben a $\psi_i(t)$ függvény idő szerinti második deriváltja a sajátlengések körfrekvenciájával leírható, vagyis

$$\ddot{\psi}_i(t) = -\omega_i^2 \psi_i(t) \quad (4.24)$$

A (4.24) egyenletet felhasználva minden egyes lengésképre felírható, hogy

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(EI(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\phi_i(t) \psi_i(t)) \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(C \frac{\partial}{\partial y} (\phi_i(t) \psi_i(t)) \right) = \\ = -\rho \phi_i(t) \ddot{\psi}_i(t) = \rho \omega_i^2 \phi_i(t) \psi_i(t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Behelyettesítve a (4.25) egyenletet a (4.20) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho \omega_i^2 \phi_i \psi_i = P_z L_z(y, t) - \sum_{i=0}^{\infty} \rho \phi_i \ddot{\psi}_i \quad (4.26)$$

Szorozzuk meg a (4.26) egyenletet a ϕ_i sajátlengésképpel, és a kapott kifejezést integráljuk a szál (ideális rotor) kiterjedtsége mentén! Alkalmazzuk a Lagrange-módszert, valamint a sajátlengésképekre teljesülő ortogonalitási tételt.

Elvégezve a fenti műveleteket a rotorlapát elasztikus hajlító mozgásának csillapítatlan egyenlete a következő alakban írható fel [2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 12]:

$$\ddot{\psi}_i M_i + M_i \omega_i^2 \psi_i = Q_i, \quad (4.27)$$

ahol M_i az általános tömeg, és Q_i az általános erő.

A külső megoszló terhelés, valamint a ϕ_i sajátlengésképek ismeretében a $\psi_i(t)$ függvények – a (4.27) egyenlet alapján – már könnyen meghatározhatók.

5. RUGALMAS REPÜLŐGÉP DINAMIKUS MODELLJE

A rugalmas repülőgép dinamikus modelljének meghatározásakor, a rugalmas deformáció figyelembe vétele során a merev repülőgépre felírt dinamikus modellt a rugalmas rezgés általános koordinátaival bővíteni szükséges. A rugalmas mozgásfajták közül a hajlító mozgás függőleges tengely mentén megnyilvánuló csillapítatlan lengéseit vesszük figyelembe. Ha a rugalmas lengéseket csillapítottak feltételezzük, akkor a hajlító mozgás az alábbi differenciál-egyenlettel írható le [5, 9, 12]:

$$A_i \ddot{q}_i + B_i \dot{q}_i + C_i q_i = Q_i, \quad (5.1)$$

ahol q_i általános koordináta, A_i, B_i, C_i együtthatók, végül Q_i általános erő. Vezessük be az alábbi állapot-változókat:

$$x_1 \hat{=} q_i, \quad (5.2)$$

$$x_2 \hat{=} \dot{x}_1 = \dot{q}_i \quad (5.3)$$

Az (5.1)–(5.3) egyenletek felhasználásával az alábbi állapot-egyenleteket írhatjuk fel:

$$\dot{x}_1 \hat{=} \dot{q}_i, \quad (5.4)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B_i}{A_i} x_2 - \frac{C_i}{A_i} x_1 + \frac{1}{A_i} Q_i, \quad (5.5)$$

vagy mátrixos alakban az állapotegyenlet a következő lesz:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad (5.6)$$

ahol:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T, \quad u = Q_i, \quad (5.7)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C_i}{A_i} & -\frac{B_i}{A_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A_i} \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

A hajlító mozgás i -edik móduszának dinamikáját az (5.4)–(5.5) elsőrendű differenciál-egyenletek adják meg. Könnyen belátható, hogy a rugalmas repülőgép állapot-változóit az egyes móduszokkal bővíteni szükséges. Mivel minden egyes módusz két állapotváltozóval növeli az állapot-vektor rendezőinek számát, ezért a gyakorlatban csak a minimálisan szükséges móduszokat vesszük figyelembe: általában a legkisebb sajátfrekvenciával rendelkező alapharmonikust szokás figyelembe venni. Nem ritka azonban az olyan dinamikus modell sem, amely az alapharmonikus mellett az első felharmonikus is figyelembe veszi, ily módon négy állapot-változóval növekszik a merev repülőgép eredeti matematikai modellje.

Repülésmechanikából ismert, hogy úgy a repülőgép szárnya, mint a törzse szegmensének a merev állapotból való kitérésének pillanatnyi értékét a Rayleigh–Ritz módszer segítségével határozhatjuk meg: egy rúd tetszőleges szegmensének $w(x,t)$ függőleges elmozdulása – a szuperpozíció elvének megfelelően – végtelen sok módusz összegeként határozható meg, és az alábbi egyenlet alapján határozható meg [1, 2, 3, 4, 5, 9, 12]:

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \xi_i(t), \quad (5.9)$$

ahol $\phi_i(x)$ az i -edik módusz alakfüggvénye, $\xi_i(t)$ megfelelően megválasztott időfüggvény, vagy másképpen, általános koordináta.

A repülésszabályozó rendszerek tervezése során felmerül a kérdés, hogy az (5.9) egyenlettel megadott végtelen sor hogyan közelíthető a valóságban. Más szóval, adott pontosság mellett milyen véges számú rugalmas lengést kell figyelembe vennünk ahhoz, hogy a véges sor jól közelítse az (5.9) egyenlettel megadott végtelen sort. E matematikai probléma megoldására több módszer is kínálkozik. Most ezek közül tekintsünk át néhányat [9, 12]:

1. *Kvázi–statikus módszer.* A módszer sajátossága a következő: feltételezzük, hogy a merev és a rugalmas mozgások azonos fázisban történnek, valamint a rugalmas mozgás által létesített gyorsulások pillanatnyi ideig hatnak. Az 5. fejezetben e feltételek mellett határoztuk meg a rugalmas repülőgép mozgásegyenleteit. A kvázi–statikus módszer csak abban az esetben alkalmazható, ha a merev repülőgép és a rugalmas rezgések sajátlengéseinek körfrekvenciái nagy biztonsággal megkülönböztethetők.
2. *Az egzakt–módszer* sajátossága, hogy a repülőgép sárkányszerkezetének mozgását a rugalmas repülőgép mozgásegyenleteinek a *sajátvektor–módszer* segítségével történő megoldása írja le. E módszer alkalmazásának sajátossága, hogy komplex

sajátvektorok esetén a mozgásegyenletek numerikus megoldása sokszor ütközik nehézségekbe.

3. *Módusz-helyettesítés módszere.* E módszert alkalmazva a mechanikai rendszer mozgásegyenleteit valós számokat magába foglaló sajátvektorokat feltételezve oldjuk meg. Feltételezzük továbbá, hogy a mozgásegyenletet csillapítás nélkül, „vákuumra” írjuk fel.
4. *A megmaradó merevség módszere.* Ebben az esetben feltételezzük, hogy a *módusz-helyettesítés módszer* alkalmazása során az elasztikus mozgást létrehozó sajátvektorok „maradó”, illetve „törlendő” móduszokra bonthatók. A törlendő móduszok a tehetetlenségi, és a csillapító móduszokat reprezentálják. A maradó móduszok általában a legkisebb sajátlengési körfrekvenciával rendelkeznek, mivel bizonyított, hogy a kisfrekvenciás rugalmas lengések foglalják magukba az elasztikus lengés energiájának döntő hányadát.
5. *A megmaradó rugalmasság módszere.* A módszer analóg a *megmaradó merevségmódszerével*, azzal az eltéréssel, hogy az aerodinamikai korrekciós tényező most a maradó móduszokra vonatkoztatott.
6. *Modell redukciós módszer.* A módszer lényege, hogy a *megmaradó merevség módszere* alkalmazása során törölt móduszokat semmilyen korrekciós tényezővel sem veszik figyelembe. E módszer az automatikus repülésszabályozó rendszerek tervezése során, ötvözve a kvázi-statisztikus módszerrel, a leginkább elterjedt.

A repülésszabályozó rendszerek tervezése során azonban különösen fontos, hogy a fent bemutatott módszerek alkalmazásának feltételeiről meggyőződjunk. Főleg olyan esetben kiemelkedő jelentőségű ez az ellenőrzés, amikor a vákuumra felírt elasztikus mozgásegyenletekben számottevő aerodinamikai hatást is szeretnénk érvényre juttatni [9].

Feltételezzük, hogy egy hipotetikus repülőgép hosszirányú, és az oldalirányú mozgása egymástól függetlenül megy végbe: a két mozgásfajta között nincs számottevő keresztkapcsolat. Ily módon a repülőgép test-koordináta rendszerében – a kis növekményes módszert felhasználva – az alábbi mozgásegyenleteket írhatjuk fel [1, 4, 6, 8, 9, 12, 13]:

A hosszirányú mozgás egyenletei:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g\theta + \sum_{i=1}^m X_{\delta_i} \delta_i, \quad (5.10)$$

$$\dot{w} = X_u u + X_w w + (U_o + Z_q)q + \sum_{i=1}^m Z_{\delta_i} \delta_i, \quad (5.11)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_w \dot{w} + M_q q + \sum_{i=1}^m M_{\delta_i} \delta_i, \quad (5.12)$$

$$\dot{\theta} = q. \quad (5.13)$$

Az oldalirányú mozgás egyenletei:

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + \frac{g}{U_o} \phi + \sum_{i=1}^n Y_{\delta_i}^* \delta_i, \quad (5.14)$$

$$\dot{p} = L_\beta \beta + L_p p + L_r r + \sum_{i=1}^n L_{\delta_i} \delta_i, \quad (5.15)$$

$$\dot{r} = N_\beta \beta + N_p p + N_r r + \sum_{i=1}^n N_{\delta_i} \delta_i, \quad (5.16)$$

$$\dot{\phi} = p, \quad (5.17)$$

$$\dot{\psi} = r. \quad (5.18)$$

Hagyományos építésű repülőgépeken az (5.10)-(5.13) egyenletrendszerre igaz, hogy $m=2$, vagyis a repülőgép a δ_E magassági kormány kitéréssel, valamint a δ_{TH} gázkar kitéréssel irányítható. Megemlíteni szükséges, hogy az aktív repülésszabályozó rendszerekben $m>2$, mivel számos segéd kormányfelületet is szokás alkalmazni.

Hasonlóképpen, a hagyományos repülőgépek (5.14)–(5.18) oldalirányú mozgásegyenleteiben $m=2$, mivel a repülőgépet a csűrőlapok δ_{CS} , valamint az oldalkormány δ_o kitérése révén lehet irányítani. Modern repülőgépek esetén az oldalirányú mozgás irányítására több mint két kormányfelületet alkalmaznak.

Korábban ismeretes, hogy a rugalmas repülőgép matematikai modelljéhez, a szuperpozíció elvét alkalmazva, a merev repülőgép állapotteres modelljének bővítése révén jutunk. Először adjuk meg a merev repülőgép állapotteres modelljét a következő egyenlettel:

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_m. \quad (5.19)$$

Hasonlóképpen, az elasztikus mozgás állapot–egyenlete az alábbi kifejezéssel írható le:

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e, \quad (5.20)$$

Az (5.19) és az (5.20) egyenletek segítségével a rugalmas repülőgép állapotteres modellje már könnyen felírható [9, 12]:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u}_r, \quad (5.21)$$

ahol

$$\mathbf{x}_r = [\mathbf{x}_m \quad \mathbf{x}_e]^T \text{ – állapot blokk-vektor, } \mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_e \end{bmatrix} \text{ – állapot blokk-mátrix,} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{B}_r = [\mathbf{B}_m \quad \mathbf{B}_e]^T \text{ – bemeneti blokk-mátrix.} \quad (5.23)$$

Megjegyezzük, hogy a felírt modellben az a feltételezés, mely szerint nincs kapcsolat a merev repülőgép mozgása és az aeroelasztikus jelenségek között, viszonylag nagy módszerszerű hibát eredményez. A valóságban a lengő szárnyakon, lengő testeken keletkező aerodinamikai erők és nyomatékok időben, a lengési jellemzőktől függően gyorsan változnak. Közben (a statikus görbékhez viszonyítva) aszimmetrikus hiszterézisek alakulnak ki, amikor a fel- és lecsapó szárnyon, testen nem ugyanolyan formán és nem ugyanolyan mértékben változnak az aerodinamikai erők és nyomatékok.

Általában az állásszög növekedését kevesebb késéssel követik az aerodinamikai erők és nyomatékok változásai, mint az állásszöge csökkenésekor. A különbség, azaz a statikus (csak lassan változó helyzetű) és a dinamikusan változó (lengő) testeken keletkező aerodinamikai erők és nyomatékok közt eléri a 4 – 8 %-ot. Az (5.19)–(5.23) egyenletek alapján a repülőgép irányíthatósága és megfigyelhetősége könnyen megvizsgálható, és az állapotteren számos módszer segítségével szabályozó is tervezhető a repülőgép számára. A szabályozótervezés számos lehetséges módját foglalja össze [13] irodalom, és gyakorlati alkalmazást is bemutat a [11] cikk. A számítógéppel támogatott szabályozótervezés lehet determinisztikus, lehet sztochasztikus elvű. A szabályozótervezés egyik lehetséges módja a robusztus szabályozótervezés, ahol a többváltozós automatikus repülésszabályozó rendszerben az elasztikus mozgás dinamikáját, mint additív paraméterbizonytalanságot modellezzük. A MATLAB programcsomag számos alkalmazása segíti a szabályozó tervezésének folyamatát.

6. BEFEJEZÉS

A légijárművek külső erők és nyomatékok miatt bekövetkező elasztikus lengéseinek ismerete számos ok miatt fontos. A rugalmas viselkedés ismerete elengedhetetlen a megfelelő sárkányszerkezeti kialakításhoz, az erő-, és nyomaték-átviteli pontok megerősítéséhez. Másodsorban, a fedélzeti szenzorok elhelyezéséhez alapadatokat ad az elasztikus mozgás pontos leírása és annak ismerete. Az elasztikus mozgás ismeretének fontossága megkérdőjelezhetetlen az aktív repülésszabályozás különféle üzemmódjainak koncepcionális tervezése során, hiszen számos üzemmód, mint például a GLA², a RC³, FR⁴, FMC⁵ is az elasztikus mozgás ismeretére épül.

Felhasznált irodalom

- [1] Duncan, W. J. *The Principles of the Control and Stability of Aircraft*, The Syndics of the Cambridge University Press, 1952.
- [2] Bisplinghoff, R. L. – Ashley, H. – Halfman, R. L. *Aeroelasticity*, Addison–Wesley Publishing Company, Inc., Cambridge, Mass., 1955.
- [3] Bisplinghoff, R. L. – Ashley, H. *Principles of Aeroelasticity*, John Wiley and Sons, Inc., New York–London, 1962.
- [4] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley and Sons, New York–London–Sydney, 1965.
- [5] Kármán, T. – Biot, M. A. *Matematikai módszerek műszaki feladatok megoldására*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967.
- [6] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984 (orosz nyelven).
- [7] Gausz, T. *Helikopterek*, BME Mérnöktoábbképző Intézet, Budapest, 1982.
- [8] Красовский, А. А. – Вавилов, Ю. А. – Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1986 (orosz nyelven).
- [9] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., 1990.
- [10] Dowell, E. H. *A Modern Course in Aeroelasticity*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht–Boston–London, 1995.
- [11] Szabolcsi, R. *Design of the Pitch Attitude Control System for the Aeroelastic Fighter Aircraft*, Pannonian Applied Mathematical Meetings, Bulletins for Applied Mathematics, Göd, Hungary, pp (29–40), 1996.
- [12] Szabolcsi, R. *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Miklós Zrínyi Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, Budapest, 2011.
- [13] Szabolcsi, R. *Korszerű szabályozási rendszerek számítógépes tervezése*, Miklós Zrínyi Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-615-5057-26-7, Budapest, 2011.

2 Gust Load Alleviation

3 Ride Comfort

4 Fatigue Reduction

5 Flutter Mode Control